



Latvijas Lauksaimniecības universitāte  
Latvia University of Agriculture



**ULVIS SKADIŅŠ**

**TĒRAUDA ĪSŠĶIEDRU BETONA  
DEFORMATĪVO ĪPAŠĪBU IZPĒTE UN  
PROGNOZĒŠANA**

**INVESTIGATION AND PROGNOSIS  
OF STEEL FIBRE CONCRETE  
DEFORMATION PROPERTIES**

Promocijas darba  
KOPSAVILKUMS

Dr.sc.ing. zinātniskā grāda iegūšanai

**SUMMARY**

of the Doctoral thesis for the scientific degree Dr.sc.ing.

Jelgava  
2013

LATVIJAS LAUKSAIMNIECĪBAS UNIVERSITĀTE  
LAUKU INŽENIERU FAKULTĀTE

LATVIA UNIVERSITY OF AGRICULTURE  
FACULTY OF RURAL ENGINEERING



Mg.sc.ing. ULVIS SKADIŅŠ

**TĒRAUDA ĪSŠĶIEDRU BETONA  
DEFORMATĪVO ĪPAŠĪBU IZPĒTE UN  
PROGNOZĒŠANA**

**INVESTIGATION AND PROGNOSIS OF  
STEEL FIBRE CONCRETE DEFORMATION  
PROPERTIES**

Promocijas darba  
KOPSAVILKUMS

Dr.sc.ing. zinātniskā grāda iegūšanai  
Būvzinātņu nozarē, Būvkonstrukciju apakšnozarē

SUMMARY

of Doctoral Thesis for the scientific degree Dr.sc.ing.  
in Civil Engineering, sub-branch of Structural Engineering

Zinātniskais vadītājs:  
*Dr.habil.sc.ing.*  
**Jānis BRAUNS**

Jelgava  
2013

## INFORMĀCIJA

**Promocijas darbs izstrādāts** Latvijas Lauksaimniecības universitātes, Lauku inženieru fakultātes Būvkonstrukciju katedrā laika posmā no 2009. līdz 2013. gadam.

Promocijas darba izstrāde līdzfinansēta no Eiropas Savienības Sociālā fonda.



**Promocijas darba vadītājs:** Dr.habil.sc.ing. **Jānis Brauns**, Latvijas Lauksaimniecības universitātes profesors.

### **Oficiālie recenzenti:**

Prof., *Dr.sc.ing.* **Gintaris Kaklauskas**, Lietuva

Asoc.Prof, *Dr.sc.ing.* **Dmitrijs Serdjuks**, Latvija

Prof. Emeritus, *Dr.sc.ing.* **Ralejs Teffers**, Zviedrija

### **Promocijas padome:**

Prof. *Dr.habil.sc.ing.* Jānis Brauns, padomes priekšsēdētājs

Prof. *Dr.habil.sc.ing.* Uldis Iljins, padomes priekšsēdētāja vietnieks

Prof. *Dr.sc.ing.* Modris Dobelis

Prof. *Dr.sc.ing.* Juris Skujāns

Asoc.prof. *Dr.sc.ing.* Dmitrijs Serdjuks

Asoc.prof. *Dr.sc.ing.* Diāna Bajāre

**Promocijas darba aizstāvēšana** notiks LLU Būvzinātnes nozares promocijas padomes atklātajā sēdē 2013. gada 27. jūnijā Jelgavā, Akadēmijas ielā 19, Lauku inženieru fakultātes 117. auditorijā plkst. 13.

Promocijas darba pilnais teksts un kopsavilkums ir pieejams Latvijas Lauksaimniecības universitātes Fundamentālajā bibliotēkā, Jelgavā, Lielā iela 2 un tiešsaistē [http://llufb.llu.lv/promoc\\_darbi.html](http://llufb.llu.lv/promoc_darbi.html)

**Atsauksmes sūtīt** Promocojas padomes sekretārei, LLU Lauku inženieru fakultātes docentei Inesei Bīmanei (Akadēmijas iela 19, Jelgava, LV-3001; tālrunis +371 63024618; e-pasts: [inese.bimane@llu.lv](mailto:inese.bimane@llu.lv)). Atsauksmes vēlams sūtīt skenētā veidā ar parakstu.

**ISBN 978-9984-48-099-2 (print) ISBN 978-9984-861-41-8 (online)**

## SYNOPSIS

**The Doctoral Thesis** has been prepared at the Department of Structural Engineering, Faculty of Rural Engineering, Latvia University of Agriculture (LUA) from 2009 up to 2013.

The doctoral work was financially supported by the European Social Fund.



**Scientific supervisor:** Professor of LUA, Dr.habil.sc.ing. **Jānis Brauns**.

**Official reviewers:**

Prof., *Dr.sc.ing.* **Gintaris Kaklauskas**,  
Vilnius Gediminas Technical University, Lithuania

Asoc.Prof., *Dr.sc.ing.* **Dmitrijs Serdjuks**,  
Riga Technical University, Latvia

Prof. Emeritus, *Dr.sc.ing.* **Ralejs Tefers**,  
Chalmers University of Technology, Sweden

**Promotion Council:**

Prof. *Dr.habil.sc.ing.* Jānis Brauns, chairman

Prof. *Dr.habil.sc.ing.* Uldis Iljins, vice-chairman

Prof. *Dr.sc.ing.* Modris Dobelis

Prof. *Dr.sc.ing.* Juris Skujāns

Asoc.prof. *Dr.sc.ing.* Dmitrijs Serdjuks

Asoc.prof. *Dr.sc.ing.* Diāna Bajāre

**The defense of the Doctoral Thesis** will take place in an open meeting of the LUA Civil Engineering Promotion Council on June 27, 2013, Jelgava, Akademijas street 19, in Room 117 of the Faculty of Rural Engineering, at 13.00.

The full text and the summary of the Doctoral Thesis is available at the Fundamental Library of LUA, Liela Street 2, Jelgava and online [http://lufb.llu.lv/promoc\\_darbi.html](http://lufb.llu.lv/promoc_darbi.html)

**You are welcome to submit your reviews** to the Secretary of the Promotion Council, assistant Professor of the Faculty of Rural Engineering of LUA Dr.paed. Inese Bīmane (Akademijas street 19, Jelgava, LV-3001; Phone No +371 63024618; e-mail: [inese.bimane@llu.lv](mailto:inese.bimane@llu.lv)). Please submit complete reviews including signature in scanned format.

## CONTENTS

<b>Darba vispārējs raksturojums</b>	<b>6</b>
Tēmas aktualitāte . . . . .	6
Promocijas darba mērķis . . . . .	7
Uzdevumi . . . . .	8
Pētījuma metodes . . . . .	8
Zinātniskā novitāte . . . . .	9
Praktiskais pielietojums . . . . .	9
Aizstāvēšanai izvirzītie rezultāti . . . . .	9
Promocijas darba apjoms . . . . .	10
Promocijas darba struktūra . . . . .	10
<b>Promocijas darba aprobācija</b>	<b>12</b>
Publikācijas zinātniskajos žurnālos . . . . .	12
Publikācijas zinātnisko konferenču rakstu krājumos . . . . .	12
Starptautiskās zinātniskās konferences . . . . .	13
<b>Darba saturs</b>	<b>14</b>
<b>Secinājumi un rekomendācijas</b>	<b>31</b>
Secinājumi . . . . .	31
Rekomendācijas . . . . .	32
<b>Review of Doctoral Thesis</b>	<b>33</b>
Topicality of the work . . . . .	33
Objective of the study . . . . .	34
Tasks of the study . . . . .	35
Methodology . . . . .	35
Scientific novelty . . . . .	36
Practical application . . . . .	36
Results presented for defence . . . . .	37
Volume of the Doctoral Thesis . . . . .	37
Structure of the Doctoral Thesis . . . . .	37
<b>Approbation of the work</b>	<b>39</b>
Publications in scientific journals . . . . .	39
Publications in conference proceedings . . . . .	39
International scientific conferences . . . . .	40

<b>Contents of the Doctoral Thesis</b>	<b>41</b>
<b>Conclusions and recommendations</b>	<b>57</b>
Conclusions . . . . .	57
Recommendations . . . . .	58
<b>Literatūras saraksts / Bibliography</b>	<b>60</b>

## DARBA VISPĀRĒJS RAKSTUROJUMS

### Tēmas aktualitāte

Mūsdienās būvkonstrukciju jomā ir vērojama zinātnieku interese izmantot ar šķiedrām stiegotu betonu (īššķiedru betons) dažādos nesošo konstrukciju risinājumos. Tāds īstenotais projekts kā starpstāvu pārsegums tirdzniecības centrā “Diton Nams” Daugavpilī, apstiprina, ka tradicionālais stiegrojums atsevišķās konstrukciju daļās var tikt aizstāts ar īsām tērauda šķiedrām. Stiegrojot konstrukcijas tikai ar šķiedrām, ievērojami samazinās to izgatavošanas darbietilpība. Šis aspekts attiecināms arī uz sarežģītas formas konstrukciju elementiem un komplikētiem savienojumiem, kur stiegrošana ar tradicionālajiem stieņiem kļūst apgrūtināša gan būvniekiem, gan arī projektētājiem. Šķiedru pielietošana tiešā veidā ietekmē arī konstrukciju ilgziturbību. Plaisu veidošanās betona cietēšanas sākuma stadijā, kā arī žūšanas rukums, kas raksturīgs betonam bez šķiedrām, samazina konstrukcijas nestspēju un paātrina tās nolietošanos. Tā rezultātā palielinās konstrukciju uzturēšanas izmaksas un samazinās to kalpošanas mūžs. Tradicionālās projektēšanas metodes ignorē betona stiepes stiprību. Tas nozīmē, ka būtisks betona apjoms nesošajās konstrukcijās netiek izmantots to mehāniskajā darbībā. Tādi inovatīvi materiāli kā īššķiedru betons ļauj projektēt efektīvākas konstrukciju sistēmas, tādējādi samazinot ietekmi uz siltumnīcefektu [1].

Papildus iepriekšminētajām priekšrocībām šķiedru pielietojums betonā samazina konstrukciju izlieces. Daži no galvenajiem faktoriem, kas ietekmē dzelzsbetona konstrukciju izlieces, ir stiepes stiprība, lieces stingums, plaisāšana un rukuma ietekmē veidojies konstrukcijas elementa liekums [2]. Tērauda šķiedras palielina betona stiepes stiprību un nodrošina paliekošo stiepes stiprību plaisu veidošanās stadijā. Kompozīta materiāla spēja uzņemt stiepes spriegumus plaisu veidošanās stadijā palielina lieces stingumu saplaisājušos šķēlumos. Tērauda šķiedras ierobežo rukumu žūšanas procesā (citējot Swamy un Stavrides 1979, Mangat un Azari 1988, Atis un Karahan 2009) [3]. Tā kā šķiedru izvietojums ir nosacīti vienmērīgs pa visu elementa šķērsgrīzumumu, samazinās arī elementa liekums, kas veidojas rukuma ietekmē.

Neraugoties uz šajā jomā veikto pētījumu lielo apjomu un visām iepriekš izklāstītajām priekšrocībām, tērauda īššķiedru betons (angliskais saīsinājums: SFRC) tiek pielietots galvenokārt nenesošajās konstrukcijās. Kā galvenais iemesls, kāpēc projektētāji neizvēlas tērauda īššķiedru betonu nesošajās konstrukcijās, tiek minēts tādu būvkonstrukciju projektēšanas normatīvo dokumentu trūkums, kas ņemtu vērā materiāla uzvedību stiepē plaisāšanas stadijā

[4, 5]. To pašu var attiecināt uz situāciju Latvijā. Šajā sakarā pēdējo gadu laikā Eiropas valstīs un citviet pasaulē ir izstrādātas vairākas projektēšanas vadlīnijas. FIB darba grupa TG 8.3 “Fibre Concrete” jaunajā *fib* Model Code 2010, kas publicēts 2012. gadā, ir sagatavojusi divas nodaļas tērauda īsšķiedru betona konstrukciju projektēšanai. Šīs vadlīnijas var būt par pamatu projektēšanas normu izstrādei Latvijā.

Lai gan pieminētie projektēšanas noteikumi apraksta īsšķiedru betona spriegumu un deformāciju sakarības nestspējas un lietojamības robežstāvokļu aprēķiniem un nosaka paņēmienus stiprības un lietojamības (spriegumu un plaisu platuma kontrole) pārbaudēm, tomēr lielākoties tajos nav iekļautas metodes izlieču kontroles veikšanai. Pēc autora domām, šādas metodes, kas ļautu prognozēt īsšķiedru betona konstrukciju izlieces, ir ļoti nepieciešamas.

Literatūrā ir sastopami vairāki paņēmieni tērauda īsšķiedru betona deformāciju prognozēšanā. Pamatojoties uz eksperimentālos pētījumos noteiktām spēka un izlieču sakarībām, kopējās sijas izlieces var noteikt, veicot skaitlisku integrēšanu visas sijas garumā. Tiek piedāvāts arī paņemiens, kur, pamatojoties uz inverso analīzi, materiāla īpašības tiek iegūtas no apaļo paneļu pārbaužu slodzes un izlieces sakarībām un izmantotas kā izejas dati galīgo elementu aprēķinos reālu nesošo pārsegumu plātņu projektēšanā [6]. Bivalskis un Kaminskis izstrādājuši analītisku paņemienu īsšķiedru betona šķērsriezuma stinguma noteikšanai, kuras pamatā ir dzelzsbetona siju aprēķinā lietotā reducētā šķērsriezuma metode [7].

Šajā darbā ir izstrādāts semianalītisks modelis, kur īsšķiedru betons tiek uzskatīts kā kompozīts materiāls ar atšķirīgu mehānisko uzvedību stiepē un spiedē. Piedāvātajā modelī kā izejas dati tiek izmantoti eksperimentālie rezultāti īsšķiedru betona darbībai aksiālā stiepē un spiedē. Papildus īsšķiedru betona konstrukciju deformāciju prognozēšanai, būtiski ir saprast galvenos faktoros, kas ietekmē īsšķiedru betona materiāla īpašības un mehānisko darbību. Tas sevī ietver tāds aspektus kā šķiedru telpiskais izvietojums un orientācija, savstarpējā saiste starp atsevišķu šķiedru un betonu, korozijas ietekme uz šķiedru diametra samazinājumu un citus. Lai gan šajā jomā ir veikti daudzi zinātniskie pētījumi, zināšanas joprojām nav pilnīgas. Lielās īsšķiedru betona kompozīciju dažādības un tā iekšējās struktūras sarežģītības dēļ, joprojām ir iespēja sniegt jaunu izpratni, metodes un aprēķinu pieejas.

## **Promocijas darba mērķis**

Galvenais pētījuma mērķis ir izstrādāt semianalītisku modeli tērauda īsšķiedru betona lieces stinguma prognozēšanai un piedāvāt metodes īsšķiedru betona deformēšanas ietekmējošo faktoru novērtēšanai.



## Uzdevumi

Lai sasniegtu darba mērķi, tiek izvirzīti šādi uzdevumi:

1. Veikt deformatīvo un stiprības īpašību eksperimentālos pētījumus spiedē, stiepē un liecē betonam, kas stiegrots ar dažādas formas īsšķiedrām.
2. Pētīt dažādas formas tērauda īsšķiedru un betona savstarpējo saisti.
3. Pētīt īsšķiedru izvietojumu betonā un tā ietekmi uz materiāla īpašībām.
4. Izstrādāt metodi korozijas ietekmes novērtēšanai uz materiāla darbību liecē.
5. Izstrādāt analītisku modeli lieces stingrības prognozēšanai.

## Pētījuma metodes

Tērauda šķiedru un betona saistes pētījumi tika veikti ar šķiedras izraušanas metodi, kur slogošanas laikā tika reģistrēti izraušanas spēka un šķiedras pārvietojuma sakarības. Spiedes stiprības īpašības tika noteiktas cilindriem ar standarta izmēriem (saskaņā ar LVS EN 206). Paraugu slogošanā to augstuma vidējā trešdaļā tika mērītas garendeformācijas un šķērsdeformācijas. Materiāla uzvedība vienasīgajā stiepē tika noteikta ar hanteli formas stiepes paraugiem, kuru darba šķērsriezuma forma bija kvadrātveida ( $100 \times 100$  mm) bez mākslīgi veidotiem vājinājumiem – iezāģējumiem. Deformāciju un plaisas platuma mērījumi tikai veikti gan lineāri elastīgajā, gan plaisu veidošanās stadijā. Tērauda īsšķiedru betona sijas ar šķērsriezuma izmēriem  $100 \times 100$  mm bez iezāģētas gropes parauga stieptajā pusē tika pārbaudītas četrpunktu liecē. Siju slogošanā tika reģistrēta pieliktā slodze, izlieces un deformācijas stieptajā un spiestajā parauga pusē.

Deformāciju un izlieču mērījumos, kā arī pārvietojumu noteikšanā šķiedras izraušanas pārbaudēs ir izmantoti HBM pārvietojuma mērītāji. Lai iegūtu augstākas precizitātes rezultātus, papildus testēšanas iekārtas (Zwick) slodzes devējam tika izmantots S9 tipa HBM spēka devējs.

Eksperimentālās pārbaudes tika veiktas noslēgtas vadības sistēmā, kontrolējot testēšanas iekārtas galvas pārvietojumu. Paraugi spiedē tika pārbaudīti slogošanas iekārtā bez atgriezeniskās saites.

Šķiedru telpiskais izvietojums iepriekš liecē slogotos īsšķiedru betona paraugos tika noteikts ar manuālās šķiedru skaitīšanas paņēmieni. Paraugi tika sazāģēti trijos galvenajos virzienos ar attālumu starp zāģējuma plaknēm vienu ar 40 mm.

Izstrādātais semianalītiskais deformāciju prognozēšanas modelis pamatots uz spriegumu un deformāciju ( $\sigma$ – $\varepsilon$ ) metodi, kur plaisāšanas stadijā deformācijas tika izteiktas no plaisu platuma mērījumiem ar *raksturīgā garuma* metodi. Siju liekums ir aprēķināts, pielietojot *nelineārās locīklas* paņēmieni.

## Zinātniskā novitāte

1. Izstrādāts semianalītisks modelis liektu īsšķiedru betona elementu deformatīvo un stinguma parametru noteikšanai, kas pamatots uz eksperimentāli iegūtiem rezultātiem vai idealizētām tērauda īsšķiedru betona īpašībām vienasīgajā stiepē un spiedē.

2. Piedāvāts paņēmieni, kas dod iespēju, izejot no tērauda šķiedru un betona savstarpējās saistes īpašībām, analizēt dažādu šķiedru formas ietekmi uz kompozīta materiāla spēju uzņemt stiepes spriegumus saplaisājušā šķēlumā. Metodes pamatā ir vidējoto šķiedru izraušanas eksperimentālo līkņu bilineārā aproksimācija un efektīvais plaisas platums.

3. Tērauda šķiedras pārvietojuma noteikšanai pie plaisas izveidota divu paralēlu stiegru modeļa analīzes metode, kas ņem vērā spriegumu sadalījumu komponentēs un stiegras nepilnīgo saisti ar betonu pa šķiedras garumu.

4. Tiek piedāvātas metodes tērauda īsšķiedru liektu konstrukciju elementu drošuma un ilgzitūības analīzei, kuras sevī ietver *a)* elementa materiāla stiprības īpašību un ģeometrisko raksturlielumu izkliedi; *b)* lieces momenta kapacitātes samazinājumu tērauda šķiedru korozijas ietekmē; *c)* eksperimentāli apstiprinātu ķīmiskā procesa eksponenciālo likumu un pieņēmumu par lineāru korozijas intensitāti attiecībā pret plaisas dziļumu.

## Praktiskais pielietojums

Promocijas darbā izstrādāti analītiski modeļi tērauda īsšķiedru betona deformatīvo un stiprības īpašību, mehāniskās darbības un ilgzitūību ietekmējošo faktoru novērtēšanai.

Lai veicinātu tērauda īsšķiedru betona pielietošanu nesošajās konstrukcijās, ir nepieciešami visaptveroši projektēšanas noteikumi. Kā viens no šī promocijas darba praktiskajiem ieguldījumiem ir uz *fib* Model Code 2010 bāzes izstrādātais priekšlikums Latvijas Standarta LVS EN 1992-1-1 pielikumam, kas ir iesniegts Standartizācijas Tehniskajā komitejā LVS/STK 30 *Būvniecība*.

Lielākā daļa projektēšanas standartu un noteikumu, t.sk. *fib* Model Code 2010, attiecībā uz īsšķiedru betonu nesniedz norādījumus konstrukciju izlieču kontrolei. Šis pētījums ir uzskatāms par ieguldījumu vispārātzītu izlieču noteikšanas metožu izveidei.

## Aizstāvēšanai izvirzītie rezultāti

1. Metode šķiedru formas efekta novērtēšanai uz saplaisājuša īsšķiedru betona stiepes stiprību, izmantojot bilineāru šķiedras eksperimentālā izraušanas spēka un pārvietojuma sakarības aproksimāciju un efektīvo plaisas platumu.

2. Divu šķiedru modelis šķiedru pārvietojuma aprēķināšanai pie plaisas, vadoties no spriegumu sadalījuma kompozītā materiāla komponentēs un saistes nepilnībām visā šķiedras garumā.

3. Eksperimentālie šķiedru telpiskā izvietojuma pētījumi saistībā ar plaisas veidošanos vietu īsšķiedru betona sijās un teorētisko modeļu, kas balstīti uz homogēnu šķiedru koncentrāciju, pielietojamības novērtēšana šķiedru skaita prognozēšanai sabrukuma plaknēs.

4. Metodes saplaisājuša un korozijai pakļauta tērauda īsšķiedru betona lieces elementu drošuma un ilgziturbas analīzei.

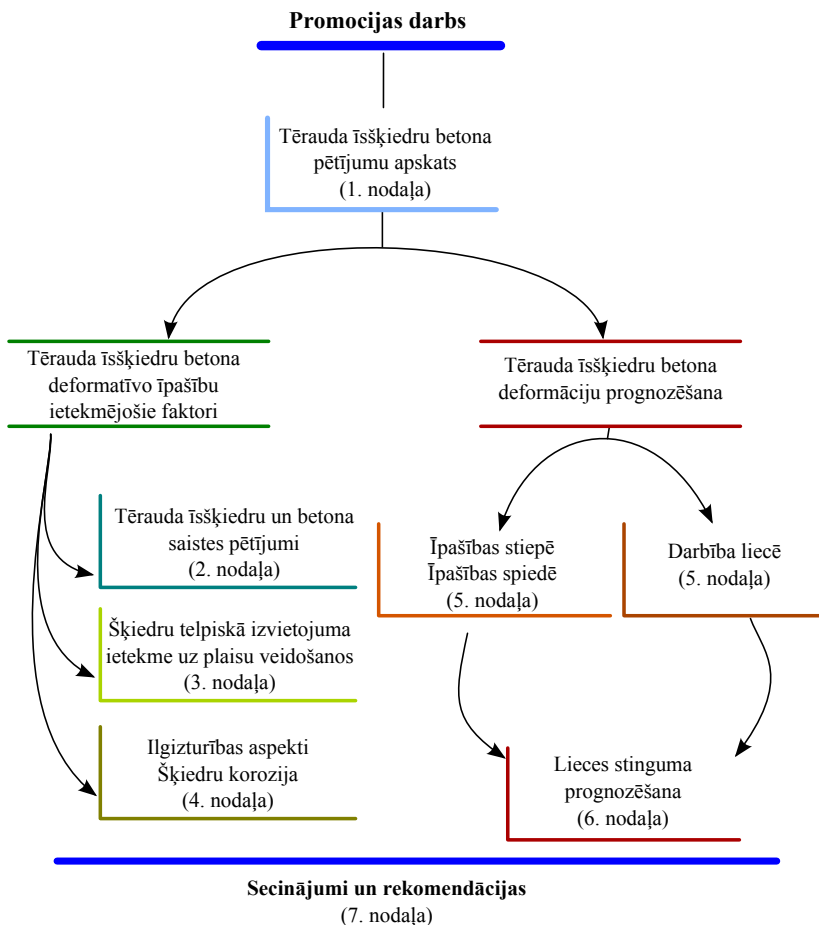
5. Semianalītisks modelis tērauda īsšķiedru betona siju liekuma un lieces stinguma prognozēšanai atkarībā no lieces momenta lineāri elastīgā un plaisu veidošanās stadijā.

### **Promocijas darba apjoms**

Promocijas darbs sastāv no šādām nodaļām: Ievads; 1. Tērauda īsšķiedru betona pētījumu apskats; 2. Tērauda īsšķiedru un betona saistes pētījumi; 3. Tērauda šķiedru izvietojums betonā un tā ietekme uz kompozīta materiāla deformatīvajām un stiprības īpašībām; 4. Tērauda īsšķiedru betona drošuma un ilgziturbas novērtēšana; 5. Tērauda īsšķiedru betona deformatīvo un stiprības īpašību eksperimentālie pētījumi spiedē, stiepē un liecē; 6. Īsšķiedru betona elastīgo īpašību un lieces stingrības prognozēšana; 7. Secinājumi un rekomendācijas; Pielikumi. Promocijas darbs satur 119 lapaspuses, 82 attēlus un 23 tabulas. Darbā citēti 110 literatūras avoti.

### **Promocijas darba struktūra**

Promocijas darba struktūra ir parādīta 1. attēlā. Pirmajā nodaļā sniegts vispārīgs ieskats galvenajos aspektos attiecībā uz tērauda īsšķiedru betona vēsturisko attīstību, klasifikāciju, aprēķinu paņēmieniem un izlieču kontroli. No 2. līdz 4. nodaļai ir apskatīti faktori, kas ietekmē tērauda īsšķiedru betona deformatīvās un stiprības īpašības. Piektā nodaļā ir apkopoti eksperimentālie rezultāti, kuri ir nepieciešami 6. nodaļā izstrādātā semi analītiskā modeļa pārbaudei.



1. att. Promocijas darba struktūra

## PROMOCIJAS DARBA APROBĀCIJA

Promocijas darba rezultāti ir publicēti vienā zinātniskā žurnālā. Pieci raksti ir publicēti un viens ir iesniegts publicēšanai starptautisko zinātnisko konferenču rakstu krājumos. Divas publikācijas ir pieejamas EBSCO un viena SCOPUS datubāzē. Rezultāti ir prezentēti 7 starptautiskās zinātniskās konferencēs.

### Publikācijas zinātniskajos žurnālos

Skadins U., Brauns J. (2012) Investigation of Steel Fibre Pullout and Modeling of Bridging Behaviour in SFRC. *Engineering Structures and Technologies*, Vol. 4, No. 3, pp. 77–88 (EBSCO).

Pieejams:

<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.3846/2029882X.2012.729653>

### Publikācijas zinātnisko konferenču rakstu krājumos

1. Skadins U., Brauns J. (2013) Influence of Fibre Amount on SFRC Pre- and Post-Crack Behaviour. **In:** *Proceedings of 4th International Scientific Conference Civilengineering '13*. May 16-17, 2013. Jelgava, Latvia: LLU. [Submitted]

2. Brauns J., Skadins U. (2011) Durability Estimation of Steel Fibre Concrete Flexural Elements. **In:** *7th International Conference on Analytical Models and New Concepts in Concrete and Masonry Structures*. June 13-15. Krakow, Poland: Polish Academy of Sciences, pp. 269–270.

3. Skadins U. (2011) The Effect of Fibre Type on Pullout Energy. **In:** *Proceedings of fib Symposium PRAGUE: Excellence and Efficiency*. Prague, Czech Republic: fib CEB-FIP, pp. 979–982.

4. Skadins U., Brauns J. (2011) Modeling of Fiber Bridging Behaviour in SFRC. **In:** *Proceedings of 3rd International Scientific Conference Civilengineering '11*. May 12-13. Vol. 3, Jelgava, Latvia: LLU, pp. 109–112 (SCOPUS).

Pieejams: <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84866323820&partnerID=40&md5=d740e7b8cd7d0b8c026539fb29683477>

5. Skadins U., Brauns J. (2010) Modeling of Unidirectional Short-Fiber Reinforced Concrete. **In:** *Research for Rural Development 2010*. Vol. 2, Jelgava: LLU, pp. 192–196 (EBSCO).

6. Brauns J., Skadins U. (2009) Semi-analytical Modelling of SFRC in Flexure. In: *Proceedings of the 16th Baltic Building Symposium*. May 28. Tartu: EMU, pp. 37–44.

### **Starptautiskās zinātniskās konferences**

1. *17th International Conference of Mechanics of Composite Materials*. May 28 - June 01, 2012. Jurmala, Latvia: PMI. Prediction of Steel Fiber Reinforced Concrete Flexural Behaviour.

2. *7th International Conference on Analytical Models and New Concepts in Concrete and Masonry Structures*. June 13-15, 2011. Krakow, Poland: Polish Academy of Sciences. Durability Estimation of Steel Fibre Concrete Flexural Elements.

3. *fib Symposium Prague: Excellence and Efficiency*. June 8-10, 2011. Prague, Czech Republic: fib CEB-FIP. The Effect of Fibre Type on Pullout Energy.

4. *3rd International Scientific Conference: Civilengineering '11*. May 11-12, 2011. Jelgava, Latvia: LLU. Modeling of Fibre Bridging Behaviour in SFRC.

5. *16th International Conference of Mechanics of Composite Materials*. May 24-28, 2010. Riga. Bond Strength Investigation and Modelling in Steel Fiber Concrete.

6. *5th International Scientific Conference: Students on Their Way to Science*. May 28, 2010. Jelgava, Latvia: LLU. Model Based Analysis of Short Fiber Reinforced Concrete.

7. *16th Baltic Building Symposium*. May 28, 2009. Tartu, Estonia: EMU. Semi-analytical Modelling of SFRC in Flexure.

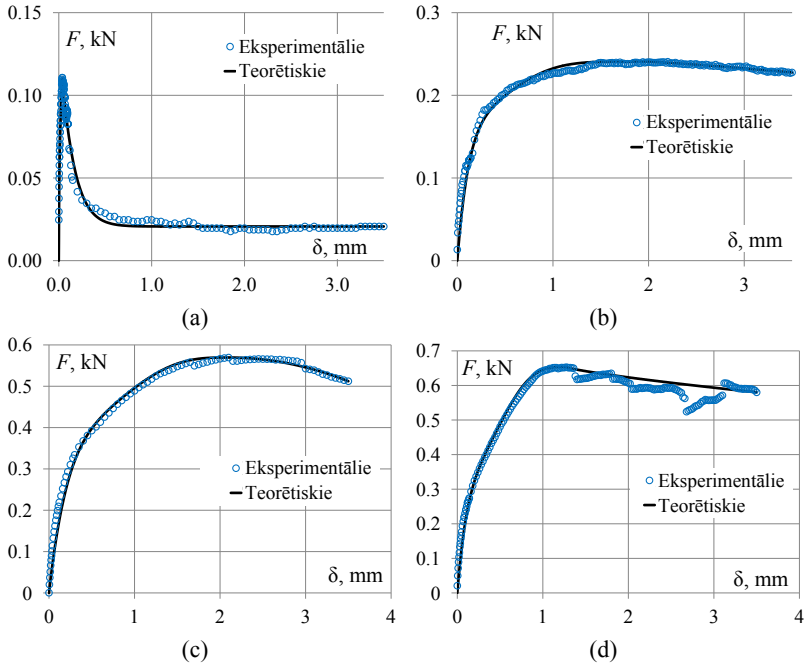
## DARBA SATURS

**Pirmajā nodaļā** sniegts liektu tērauda īsšķiedru betona konstrukciju elementu deformāciju prognozēšanas metožu pārskats, kā arī apkopota informācija par paņēmieniem īsšķiedru betona mehāniskās darbības modelēšanā, kas veikta tālākajās nodaļās. Šī nodaļa satur īsu vēsturisku ieskatu par īsšķiedru betona pētījumiem, tā pielietojumu konstrukcijās, projektēšanas un normatīvo dokumentu attīstību, īsšķiedru betona klasifikācijas aprakstu, skaidrojumu projektēšanas paņēmieniem saistībā ar materiāla mehāniskās darbības aprakstīšanu, kā arī literatūrā pieejamo deformāciju prognozēšanas modeļu apkopumu.

Promocijas darba **2. nodaļa** ir veltīta tērauda šķiedru un betona mijiedarbības pētījumiem mikro mērogā. Viens no visizplatītākajiem paņēmieniem šķiedru un betona savstarpējās saistes novērtēšanai un aprakstīšanai ir eksperimentālā šķiedru izraušanas metode. Šīs nodaļas pirmajā sadaļā tiek izklāstīti ar šķiedru izraušanas metodi iegūtie rezultāti – izraušanas spēka un šķiedru pārvietojuma ( $F-\delta$ ) eksperimentālās sakarības (2. attēls). Stiegru izraušanas pārbaudes tika veiktas četriem dažādiem šķiedru veidiem ar dažādu šķiedru orientāciju attiecībā pret pielikto spēku un atšķirīgiem enkurojuma dziļumiem. Iegūtās līknes tika analītiski aprakstītas šķiedru izraušanas enerģijas aprēķināšanai. Parametri analītiskajās sakarībās tika iegūti, veicot minimizācijas procedūru.

Šķiedru un betona saistes pētījumu rezultāti parāda, ka šķiedru formai ir būtiska ietekme uz šķiedru izraušanas enerģiju, ja šķiedru virziens sakrīt ar pieliktās slodzes virzienu. Šķiedru formas ietekme parādīta 3. attēlā, kur tā tiek izteikta ar izraušanas enerģiju iepriekš deformētām šķiedrām attiecībā pret gludo šķiedru (S) izraušanas enerģiju. Pie ļoti maziem pārvietojumiem (0.1 mm) visa veida šķiedrām enerģijas patēriņš ir līdzīgs. Tomēr šķiedru formas ietekme ir ievērojama pie 3.5 mm liela pārvietojuma. Enerģija, kas nepieciešama, lai izrautu šķiedras ar atliektiem galiem (H), ir 9 reizes lielāka nekā gludo šķiedru gadījumā. Viļņotās šķiedras (C) un šķiedras ar naglas tipa galvu (FE) uzrāda vēl lielāku formas ietekmi – attiecīgi 20 un 23 reizu lielāks enerģijas patēriņš nekā gludajām šķiedrām. Tomēr šķiedru formas ietekme ir būtiski atkarīga no šķiedru orientācijas leņķa attiecībā pret pielikto spēku. Izraušanas enerģijas ziņā atšķirība starp gludām un iepriekš deformētām šķiedrām ir ievērojami mazāka pie lielāka šķiedru orientācijas leņķa. Turklāt, ja leņķis ir 60 grādi, patērētā enerģija atsevišķas šķiedras izraušanai no betona līdz 3.5 mm ir praktiski vienāda visa veida šķiedrām.

Otrajā sadaļā tiek aprakstīta metode, kas dod iespēju, balstoties uz ekspe-



## 2. att. Šķiedru un betona saisti raksturojošās vidējās liknes

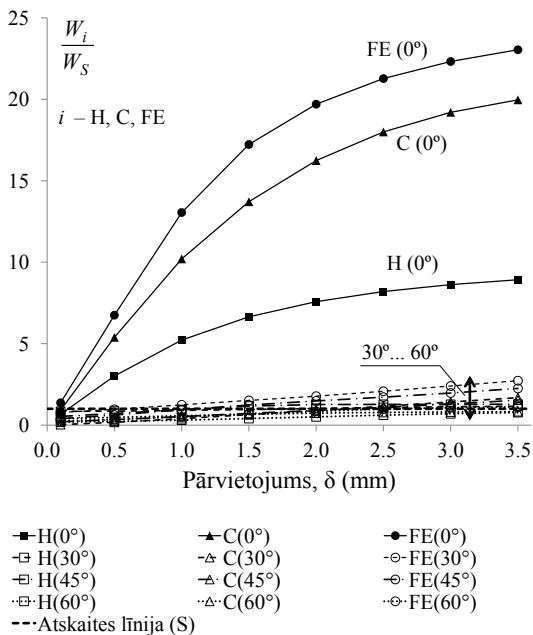
(a) taisnās šķiedras, (b) šķiedras ar atliktu galu, (c) viļņotās šķiedras un  
(d) šķiedras ar naglas tipa galvu

rimentālo šķiedru izraušanas testu rezultātiem, analizēt šķiedru spēju uzņemt stiepes spriegumus stieptos un liektos tērauda īsšķiedru betona elementos atkarībā no plaisas platuma. Metodes pamatā ir apsvērums, ka plaisas platums ir atkarīgs ne tikai no šķiedras izslīdēšanas garuma, bet arī no vietējās betona sabrukšanas zonas pie plaisu šķērsojošām šķiedrām, kuras nav perpendikulāras plaisas plaknei. Betona pakāpeniskā lokālās sabrukšanas procesā šķiedras tiek iesaistītas stiepes spriegumu uzņemšanas mehānismā tajā brīdī, kad šķiedras pārvietojums ir pietiekami liels. Šo pārvietojumu sauc par efektīvo plaisas platumu  $w_{eff}$ . Tas ir atkarīgs no šķiedru orientācijas leņķa  $\theta$  un tiek noteikts pēc šādas formulas:

$$w_{eff}(\theta) = K_1 + K_2 \tan \theta, \quad (1)$$

kur  $K_1$ ,  $K_2$  ir šķiedru un betona saistes pārbaudēs iegūtie materiāla parametri. Lai aprakstītu sakarību starp efektīvo plaisas platumu  $w_{eff}$  un šķiedras orientācijas leņķi  $\theta$ , tiek lietota tangensa funkcija, jo šķiedrām ar orientācijas leņķi





### 3. att. Šķiedru formas ietekme uz izraušanas enerģiju atkarībā no orientācijas leņķa

S – taisnās šķiedras, H – šķiedras ar atliektu galu, C – viļņotās šķiedras, FE – šķiedras ar naglas tipa galvu, W – šķiedras izraušanas enerģija

90 grādi nav nekādas ietekmes uz materiāla spēju uzņemt stiepes spriegumus.

Plaisas plaknē esošo šķiedru uzņemtie stiepes spriegumi var tikt noteikti pēc šādas sakarības:

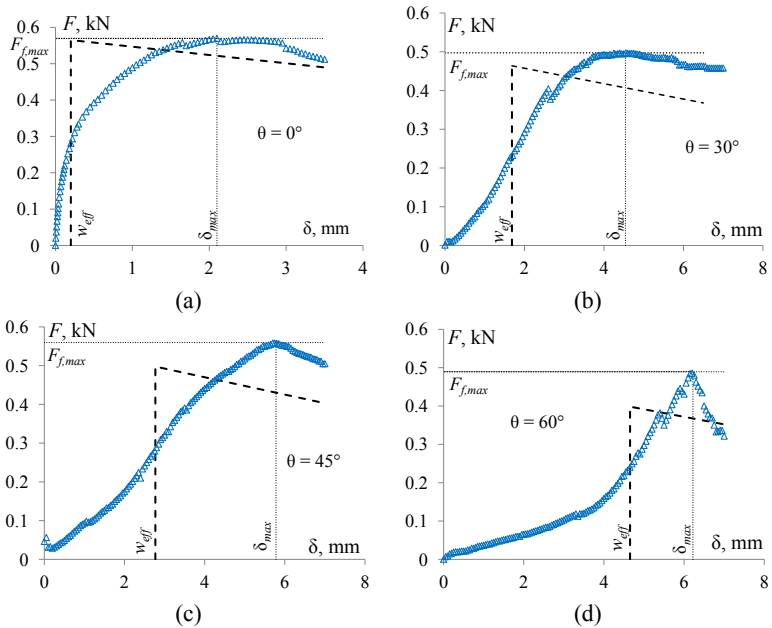
$$\sigma_t = n_f V_{f,eff} F_f, \quad (2)$$

kur

- $n_f$  šķiedru skaits uz laukuma vienību;
- $F_f$  spēks, kas darbojas vienā šķiedrā;
- $V_{f,eff}$  efektīvo šķiedru skaits attiecībā pret kopējo šķiedru skaitu šķēlumā.

Spēka, kas darbojas katrā atsevišķā šķiedrā, lieluma izmaiņas aprakstīšanai tiek lietota uz efektīvo plaisas platumu balstīta bilineārā aproksimācija. Teorētisko un eksperimentālo šķiedras izraušanas spēka vērtību salīdzinājums dažādiem leņķiem  $\theta$  parādīts 4. attēlā, kurā rezultāti iegūti no pārbaudēm ar 50 mm garām viļņotām tērauda šķiedrām un betonu ar spiedes stiprību

55.1 MPa. Saistes bīdes spriegumi šķiedrās esošā spēka aprēķināšanai tiek noteikti no pārbaužu rezultātiem pie  $\theta = 0^\circ$ .



4. att. Salīdzinājums starp teorētisko un eksperimentālo šķiedras izraušanas spēku viļņotām šķiedrām

Eksperimentālajās pārbaužēs var novērot, ka tās šķiedras, kurām orientācijas leņķis attiecībā pret pielikto spēku ir lielāks, maksimālo izraušanas spēka vērtību sasniedz pie lielāka pārvietojuma. Tas nozīmē, ka šķiedrām ar lielāku orientācijas leņķi ir nepieciešams lielāks pārvietojums, pirms tās tiek iesaistītas mehāniskajā darbībā.

Pamatojoties uz šķiedru orientācijas leņķi, var tikt novērtēts spriegumu uzņemšanas procesā iesaistīto šķiedru daudzums. Lai to noteiktu, ir ieviests kritiskais leņķis  $\theta_{crit}$ . Šķiedras ar orientācijas leņķi mazāku par  $\theta_{crit}$  tiek uzskatītas par neefektīvām. Kritiskā leņķa vērtība ir atrodamā pēc šādas izteiksmes:

$$\theta_{crit} = \arctan\left(\frac{w - K_1}{K_2}\right). \quad (3)$$

Saplaisājušos šķēlumos stiepes spriegumu aprēķinos pie noteikta plaisas platuma  $w$  tiek ņemtas vērā tikai tās šķiedras, kuru orientācijas leņķis attiecībā

pret stiepes spriegumu virzienu ir mazāks par  $\theta_{crit}$ . Aprēķinātās kritiskā leņķa vērtības dažādu formu šķiedrām pie dažādiem plaisu platumiem ir apkopotas 1. tabulā. Kritiskā leņķa princips ir pielietots arī, lai noteiktu formulā (2) lietoto attiecību starp efektīvo un kopējo šķiedru skaitu  $V_{f,eff}$  apskatāmajā šķēlumā.

1. tabula

**Kritiskais leņķis (grādos) atkarībā no plaisu platuma**

Šķiedru veids	Plaisas platums, $w$ (mm)			
	0.5	1.0	2.0	3.5
gludas	17	31	50	64
ar atliektiem galiem	15	28	47	62
viļņotas	7	17	35	52
ar naglas tipa galvām	9	21	39	56

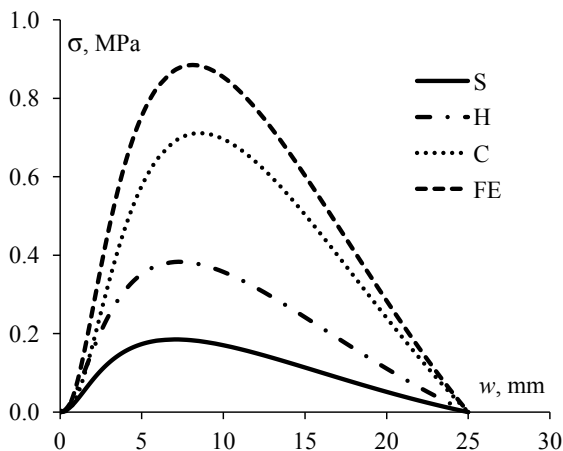
Skaitliska piemēra rezultāti, kas parāda plaisu šķērsojošo šķiedru uzņemto stiepes spriegumus liektā elementā, četriem stiegru tipiem ir attēloti 5. attēlā. Aprēķinos tika pieņemts, ka šķiedru saturs betonā pēc tilpuma  $V_f = 1.0\%$ , orientācijas koeficients  $\alpha = 0.5$ , šķiedru garums un diametrs ir attiecīgi 50 mm un 0.75 mm. Raksturīgo lielumu  $F_{f,max}$ ,  $K_1$ , un  $K_2$  noteikšanai tika lietoti promocijas darbā aprakstītie šķiedru izraušanas testa rezultāti.

Otrās nodaļas trešajā sadaļā tiek piedāvāta divu paralēlu šķiedru modeļa analīzes metode spriegumstāvokļa un deformāciju novērtēšanai aprēķina elementā ar vienā virzienā orientētām šķiedrām. Šī metode ņem vērā spriegumu sadalījumu komponentēs un stiegras nepilnīgo saisti ar betonu pa šķiedras garumu.

Lai veiktu kompozītā materiāla deformāciju analīzi pie plaisas, tiek aplūkotas vienas šķiedras spriegumu un deformāciju sakarības. Balstoties uz saistes spriegumu un pārvietojuma pētījumiem [8], saistes īpašībām [9] un īsšķiedras galīgā garuma ietekmi uz elastības moduli [10], tiek noteiktas sakarības bīdes spriegumiem, lokālai deformāciju starpībai starp šķiedru un betonu, kā arī šķiedras pārvietojumam pie plaisas.

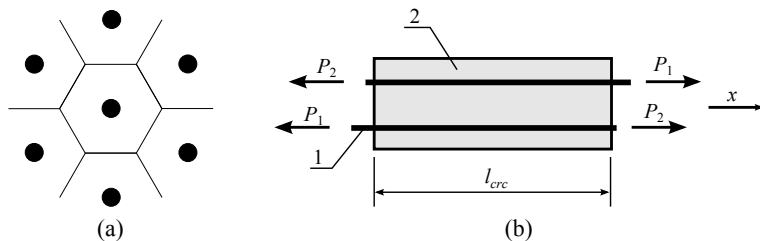
Šķiedras nepilnīgā saiste var veidoties, piemēram, kompozīta materiāla komponentu korozijas rezultātā [11, 12]. Analizējot spriegumu sadalījumu pa visu šķiedras garumu nepilnīgas saistes gadījumā, šķiedra tiek patvaļīgi sadalīta zonās ar ideālu saisti un pilnībā bez tās. Tādējādi šķiedras tiek noenkurtas gredzenveida betona reģionos ar ideālu kontaktvirsmas savienojumu.

Tiek aplūkots aprēķina elements ar divām blakus esošām paralēlām šķiedrām, kuras novietotas simetriski – lai būtu apmierināts spēku līdzsvars plaisas



5. att. **Plaisu šķērsojošo šķiedru uzņemtie stiepes spriegumi atkarībā no plaisas platuma**

šķēlumā (6. attēls). Tas nozīmē, ka pieliktais spēks  $P$  abos aprēķina elementa galos ir vienāds ar iekšējo stiepes spēku  $F_i$  un  $T_i$  summu, kas darbojas attiecīgi šķiedrās un betonā. Arī divu šķiedru modeļa gadījumā tiek piedāvātas izteiksmes bīdes spriegumiem, lokālai deformācijai starpībai starp šķiedru un betonu, kā arī šķiedras pārvietojumam pie plaisas.

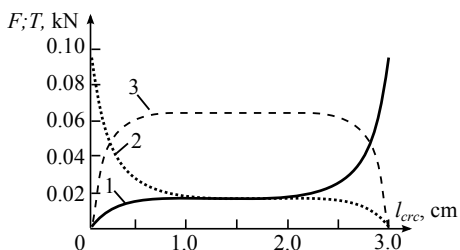


6. att. **Heksagonāls šķiedru sakārtojums (a) un divu šķiedru modelis (b)**

1 – šķiedra; 2 – betona elements

Divu šķiedru modeļa salīdzināšanai ar vienas šķiedras modeli ir veikta skaitliska analīze. Ir izvēlēti šādi materiāla parametri:  $d_f = 0.5$  mm,  $V_f = 4\%$ ,  $E_f = 210000$  MPa,  $E_m = 50000$  MPa,  $G_m = 20000$  MPa. Segmenta garums starp divām plaisām (šķiedru enkurojuma garums) ir izvēlēts 30 mm. Spēki šķiedrās pie plaisām ir  $P_1 = 0.1$  kN un  $P_2 = 0$ .

Divu šķiedru sistēmā spēka sadalījums šķiedrās ir simetrisks. Pretēji tam



7. att. Spēka sadalījums šķiedrās un betonā divu šķiedru modeļa gadījumā  
1, 2 – spēks šķiedrās, 3 – spēks betonā;  $l_{crc} = 30$  mm,  $P_1 = 0.1$  kN,  $P_2 = 0$ , un  $P_1 = 0$ ,  $P_2 = 0.1$  kN

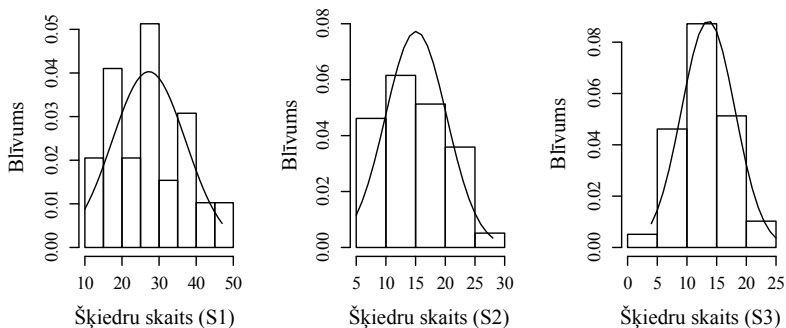
vienas šķiedras modeļa aprēķinos netiek nodrošināti spēku līdzsvara nosacījumi pie plaisas. Šķiedras pārvietojums pie plaisas  $\Delta$  vienas šķiedras sistēmā ir  $1.032 \times 10^{-3}$  mm, bet divu šķiedru sistēmā tas ir  $1.155 \times 10^{-3}$  mm, veidojot 12% lielu relatīvo starpību. Divu šķiedru sistēmas analīzes ceļā iegūstami precīzāki rezultāti šķiedru pārvietojumam pie plaisas. Lai šis modelis būtu pielietojams reāla īsšķiedru betona elementu aprēķinos, šķiedru spēku pie plaisas noteikšana jāsaista ar plaisas platumu.

**Trešajā nodaļā** ir apkopots pētījums par šķiedru telpisko izvietojumu un orientāciju prizmatiskos īsšķiedru betona paraugos. Tiek apskatītas sijas ar izmēriem  $100 \times 100 \times 500$  mm, stiegtas ar dažādas formas šķiedrām. Paraugi tika slogoti četrpunktu liecē līdz sabrukumam un pēc tam sazāģēti kubiņos ar šķautnes izmēru 40 mm šķiedru daudzuma noteikšanai uz katras zāģējuma plaknes. Nominālie šķiedru daudzumi bija 0.75–1.0% pēc tilpuma (apm. 60–80 kg/m<sup>3</sup>).

Tika novērots, ka šķiedru telpisko izvietojumu un orientāciju sagatavotajos paraugos ietekmēja divi galvenie faktori, kurus piemin arī citi pētnieki. Pirmkārt, šķiedru orientāciju būtiski ietekmē tā saucamais malu efekts. Šajā gadījumā tas bija izteiktāks paraugiem ar lielāku šķiedru skaitu uz tilpuma vienību. Otrkārt, šķiedru telpisko izvietojumu ietekmēja izmantotā tehnoloģija betona iepildīšanai veidņos. Šis aspekts var tikt uzskatīts kā galvenais iemesls īsšķiedru betona neviendabīgumam, kas sadala siju šķēlumos ar dažādu šķiedru blīvumu un orientāciju.

Šķiedru skaita empīriskās histogrammas un teorētiskās normālā sadalījuma līknes ir parādītas 8. attēlā. Tajā sniegta informācija par pārgriezto šķiedru skaitu šķērsvirziena plaknēs (plaknes X) ar šķērsriezuma laukumu 64 cm<sup>2</sup>, kas ir atlikušais sijas šķērsriezuma laukums pēc ārējo malu nozāģēšanas.

Šajā darbā tiek analizēts šķiedru skaits un to orientācija saistībā ar sabrukuma vietu slogotajās sijās. Šķiedru blīvums plaisas plaknē tiek salīdzināts ar šķiedru blīvumu citās tā paša parauga X plaknēs. Lai pārbaudītu, vai sijas



8. att. Histogrammas un teorētiskais normālais sadalījums šķiedru skaitam siju šķērsgrizuma plaknēs

sabrukšana notiek šķēlumā ar vismazāko šķiedru skaitu, visas maksimālā momenta zonā esošās šķēluma plaknes tika sakārtotas pēc šķiedru blīvuma tajās. Sakārtotās plaknes ar šķiedru blīvuma vērtībām visām sijām ir attēlotas 9. attēlā, kur pasvītrotās vērtības attiecas uz sabrukuma vietu sijās. Lielākoties plaisas plakne tika novērota reģionos ar mazāko šķiedru daudzumu. Paraugos ar mazāku šķiedru skaitu uz tilpuma vienību plaisas veidošanās vietu bez šķiedru skaita ietekmēja arī citi faktori, iespējams, paša betona mikrostrukturāras neviendabīgais raksturs.

Līdzīga procedūra ir veikta, analizējot šķiedru orientācijas ietekmi uz sabrukuma plaknes atrašanās vietu. Tika novērota tendence plaisām veidoties šķēlumos, kuros attiecība starp garenvirzienā vērstām šķiedrām pret šķērsvirzienā orientētām šķiedrām ir mazāka. Tomēr salīdzinājumā ar šķiedru skaitu orientācijas ietekme nav tik izteikta.

Maks. vērtība	0.64	0.73	0.45	0.33	0.36	0.31	0.30	0.28	0.25
	0.61	0.61	0.44	0.25	0.34	0.28	0.28	0.16	0.22
	0.42	0.56	0.42	<b>0.20</b>	0.34	0.25	0.27	<b>0.14</b>	0.20
	0.30	0.53	0.41	0.16	0.28	0.25	<b>0.22</b>	0.09	0.19
Min. vērtība	<b>0.28</b>	<b>0.28</b>	<b>0.23</b>	0.16	<b>0.27</b>	<b>0.16</b>	0.20	0.09	<b>0.11</b>
	S1.1	S1.2	S1.3	S2.1	S2.2	S2.3	S3.1	S3.2	S3.3

9. att. Siju šķērsgrizuma plaknes maksimālā momenta zonā, sakārtotas pēc šķiedru blīvuma vērtībām

Pasvītrotās vērtības attiecas uz sijās sabrukšanas plaknēm

Eksperimentālajos pētījumos iegūtais plaisas plakni šķērsojošo šķiedru skaits tiek salīdzināts ar prognozētām vērtībām, kuras aprēķinātas ar Krenhela (Krenchel) izstrādāto teorētisko metodi [13], šķiedru orientācijas faktoru aprēķinot saskaņā ar Duponta (Dupont) un Vandevalles (Vandewalle) piedāvāto aprēķina paņēmieni [14]. Salīdzinājums veikts pēc šķiedru blīvuma (*šķiedras/cm<sup>2</sup>*) un apkopots 2. tabulā, kur *n<sub>f,theor</sub>* ir teorētiski prognozētais šķiedru blīvums, *n<sub>f,X,mean</sub>* ir šķiedru blīvuma vidējā vērtība maksimālā momenta zonā un *n<sub>f,X,crc</sub>* ir šķiedru blīvums pārbaudīto siju sabrukuma plaknēs.

2. tabula

### Teorētiski prognozētie un eksperimentāli iegūtie šķiedru blīvumi

Paraugs	$A_f$ ( <i>cm<sup>2</sup></i> )	$V_f$ (%)	$n_{f,theor}$ ( <i>šķ./cm<sup>2</sup></i> )	$n_{f,X,mean}$ ( <i>šķ./cm<sup>2</sup></i> )	$n_{f,X,crc}$ ( <i>šķ./cm<sup>2</sup></i> )	$n_{f,theor}/n_{f,X,crc}$
S1.1	0.442	1.00	1.44	0.40	0.28	5.14
S1.2	0.442	1.00	1.44	0.55	0.28	5.14
S1.3	0.442	1.00	1.44	0.44	0.23	6.26
S2.1	0.442	0.75	1.08	0.19	0.20	5.40
S2.2	0.442	0.75	1.08	0.32	0.27	4.00
S2.3	0.442	0.75	1.08	0.22	0.16	6.75
S3.1	0.860	1.00	0.74	0.26	0.22	3.36
S3.2	0.860	1.00	0.74	0.17	0.14	5.29
S3.3	0.860	1.00	0.74	0.23	0.11	6.73

Saskaņā ar 2. tabulas datiem šķiedru blīvuma vērtības, kas noteiktas teorētiski, pieņemot homogēnu šķiedru koncentrāciju, būtiski pārsniedz eksperimentāli noteiktās vidējās blīvuma vērtības. Salīdzinot analītiski aprēķinātos šķiedru blīvumus ar novērotajiem blīvumiem plaisu plaknēs, ko raksturo attiecība *n<sub>f,theor</sub>/n<sub>f,X,crc</sub>*, teorētiski noteiktais šķiedru skaits ir 3.3–6.7 reizu lielāks.

**Ceturtajā nodaļā** ir risināti tērauda īsšķiedru betona drošuma un ilgizturības aspekti. Plaisas liektos tērauda īsšķiedru betona elementos veicina koroziju, kas izraisa konstrukcijas bojāšanos. Tādējādi šī fenomena ietekmes analīze tērauda īsšķiedru betona gadījumā ir ļoti svarīga. Saistībā ar korozijas ietekmi vairāki pētījumi jau ir veikti, tomēr publicētie rezultāti nav pietiekami, lai noteiktu korozijas ietekmētā īsšķiedru betona pretestību un novērtētu materiāla ilgizturību [15].

Statiski nosakāmu sistēmu drošuma analīze ir salīdzinoši viegli veicama, pamatojoties uz materiāla raksturlielumu sadalījumu un konstrukcijas parametru savstarpējo sakarību. Konstrukciju drošuma, atbilstības un ilgizturības novērtēšanā tiek lietoti modeļi, kas sastāv no nosacītiem elementiem, kuru

savstarpējā saistība no drošuma viedokļa var būt virknēta, paralēla un jaukta [16]. Nosacītie elementi ir konstrukciju bīstamo zonu varbūtīgie raksturlielumi, kuras veidojas ģeometrisko un materiāla stiprības raksturlielumu izkliedes dēļ.

Šajā pētījumā tiek apstiprināta hipotēze par konstrukciju nestspējas samazināšanos, ko izraisa šķiedru diametra samazinājums korozijas procesa ietekmē. Ir izstrādāts analītisks modelis lieces momenta uzņemšanas spējas novērtēšanai elementiem ar samazinātu šķiedru diametru. Pielietojot eksperimentāli apstiprinātu eksponenciālo ķīmiskā procesa likumu un pieņemot lineāru korozijas ietekmes sadalījumu attiecībā pret plaisas dziļumu, ir noteikts liektu elementu nestspējas samazinājums.

Tērauda īsšķiedru betona elementu momenta uzņemšanas spēja ir atkarīga no materiāla stiprības raksturlielumu izkliedes, ģeometrijas un apkārtējās vides ietekmes. Drošuma samazinājums var rasties galvenokārt situācijās, kad lieli iedarbju efekti sakrīt ar vāju elementa pretestību.

Korozijas ierosinātais šķiedras nestspējas samazinājums stiepē var atbilst šķiedras izraušanas pretestībai, tā rezultātā šķiedra var pārtrūkt, nevis tikt izrauta. Šis process var būt nepārtraukts, sākot ar šķiedras pārtrūkšanu plaisā pie elementa virsmas un turpinoties secīgi ar šķiedrām dziļāk plaisā. Ņemot vērā korozijas iedarbi, iekšējos spēkus un izmērus (sijas augstumu  $h$  un spiestās zonas augstumu  $x$ ), liektu tērauda īsšķiedru betona konstrukciju elementu momenta uzņemšanas spēju var noteikt pēc šādas izteiksmes:

$$M(\zeta) = F_{fct} \frac{2}{3} (h - l_{crc}) + F_f \left( h - l_{crc} - \frac{x}{3} + \frac{\zeta}{2} \right) - \Delta F_{fst} \left( h - l_{crc} - \frac{x}{3} + \frac{2\zeta}{3} \right), \quad (4)$$

kur

- $l_{crc}$       plaisas garums;
- $\zeta$         lokālā koordināte gar plaisas plakni;
- $F_{fct}$      stiepes spēks, kas darbojas īsšķiedru betonā;
- $F_f$        šķiedras izraušanas spēks;
- $\Delta F_{fst}$    šķiedru izslīdēšanas radītais izraušanas spēka samazinājums.

Saplaisājušas konstrukcijas kalpošanas ilgums tiek pieņemts kā funkcija no korozijas pakāpes. Tērauda īsšķiedru betona ilgizturības aplēsē ir nepieciešams noteikt tādu sākotnējo konstrukcijas ģeometrisko raksturlielumu, kurš laika brīdī  $t = T$  nav mazāks par tā aprēķina vērtību. Sākotnējais šķiedras šķērsriezums  $A_{s,0}$  ir izsakāms no šādas izteiksmes:

$$A_{s,0} = A_{s,d} e^{\lambda t}. \quad (5)$$



Balstoties uz (5) formulu, pieņemot eksperimentālā ceļā noteiktu defektu intensitāti  $\lambda$  un aprēķina vērtību tērauda stiegras diametram  $d_{s,d}$ , var aprēķināt atlikušo kalpošanas ilgumu  $T$  vai nepieciešamo sākotnējo šķiedras diametru  $d_{s,0}$ .

**Piektajā nodaļā** tiek aprakstīti eksperimentālie īsšķiedru betona deformatīvo un stiprības īpašību pētījumi. Iegūtie rezultāti materiāla uzvedībai vienasīgajā stiepē un spiedē tiek izmantoti kā galvenie izejas dati 6. nodaļā prezentētajā deformatīvo īpašību prognozēšanas modelī. Ir veiktas arī paraugu pārbaudes liecē, lai salīdzinātu analītiski noteiktās un reālu tērauda īsšķiedru betona siju lieces momenta un liekuma sakarības. Lai gan šīs īpašības ir daudz pētītas un aprakstītas literatūrā, šo pētījumu mērķis ir izveidot eksperimentālo datu bāzi minētā modeļa validācijai.

Pētījumos tika izmantotas normālas stiprības betons ar nominālo tērauda šķiedru saturu  $80 \text{ kg/m}^3$ . Tika izvēlētas Latvijas tirgū pieejamas trīs dažādas formas šķiedras: viļņotas šķiedras ar apaļu šķērsriezumu, šķiedras ar atliektiem galiem, viļņotas šķiedras ar plakānu šķērsriezumu. Visu šķiedru garums bija 50 mm. Pētījumiem izgatavoto paraugu veidi un skaits atkarībā no šķiedru formas ir apkopoti 3. tabulā.

3. tabula

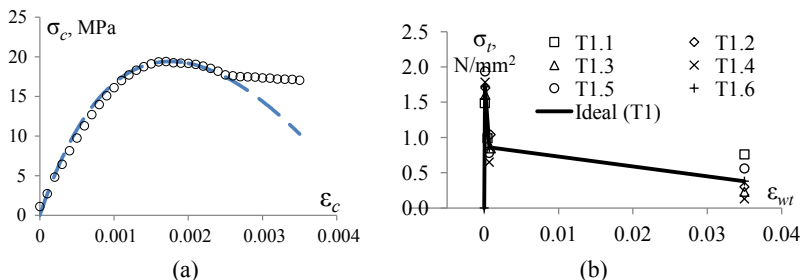
**Paraugu raksturojums**

Parauga veids	Šķiedru forma		
	viļņotas	atliektiem galiem	viļņotas, plakanas
Cilindri	5	5	5
Hanteļu formas	6	6	6
Prizmatiski (sijas)	3	3	3
Kontroles kubi	4	4	4

Ir iegūtas tērauda īsšķiedru betona spriegumu un deformāciju sakarības spiedē un stiepē. Tika novērots, ka līdz maksimālās stiprības sasniegšanai īsšķiedru betona uzvedība spiedē ir līdzīga nestiegrota betona uzvedībai. Tomēr šķiedru ietekme ir konstatēta pēc maksimālās stiprības sasniegšanas. Ar šķiedrām stiegrota betona paraugi uzrāda spēju saglabāt spiedes stiprību tuvu maksimālajai vērtībai līdz pat 0.35% lielām deformācijām. Ar C1 grupas paraugiem veikto pārbaužu rezultātā iegūtā vidējā spiedes spriegumu un deformāciju diagramma kopā ar teorētisko aproksimāciju ir parādīta 10. a attēlā.

Stiepes paraugu pārbaužu rezultāti ir attēloti ar spriegumu un deformāciju sakarībām. Visiem paraugiem tika konstatēta spriegumu samazināšanās pēc pirmās plaisas veidošanās, kas nozīmē, ka katrā paraugā attīstījās tikai viena

plaisa. Tika konstruētas idealizētas stiepes spriegumu un deformāciju diagrammas, pamatojoties uz trim raksturīgiem eksperimentālo datu punktiem: 1) pie maksimālā sprieguma; 2) tūlīt pēc sprieguma krituma; 3) pie “pseido” deformācijas 0.035. Relatīvās materiāla deformācijas (pseido deformācijas) tika iegūtās, pārveidojot kopējo nomērīto parauga deformēšanos mērījuma bāzes zonā, kas sastāv no materiāla deformācijām un plaisas platuma, izmantojot *raksturīgā garuma* paņēmieni. Idealizēto spriegumu un deformāciju sakarību T1 grupas paraugiem skatīt 10. b attēlā.



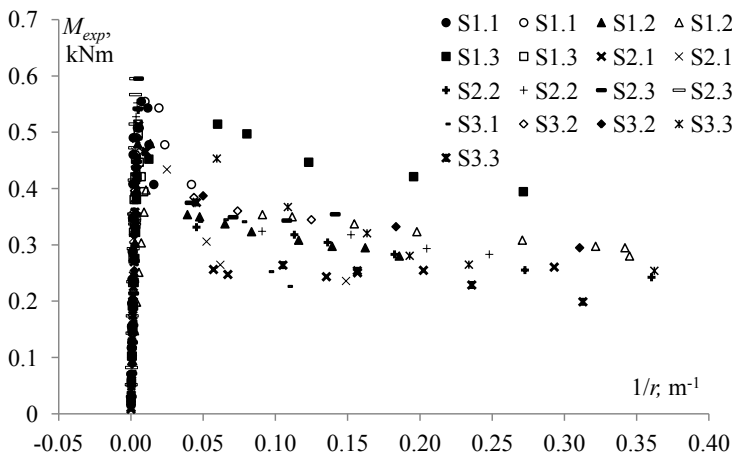
10. att. Pārbaudīto paraugu spriegumu un deformāciju diagrammas spiedē (a) un stiepē (b)

Sijas ar izmēriem  $100 \times 100 \times 500$  mm tika slogotas četrpunktu liecē. Maksimālais lieces moments bija no 0.45 līdz 0.6 kNm, kas tika sasniegts, veidojoties pirmajai makro plaisai. Liekumam  $1/r$  pieaugot, tika novērota lieces momenta samazināšanās. Materiāla paliekošās stiprības dēļ, ko nodrošina tērauda šķiedru stieģrojums, plaisāšanas stadijā tika sasniegtas ievērojamas izlieces, saglabājot vērā ņemamu momenta uzņēšanas spēju. Paraugu liekums tika izteikts, pamatojoties uz tā saukto nelineārās locīklas paņēmieni<sup>1</sup> [17].

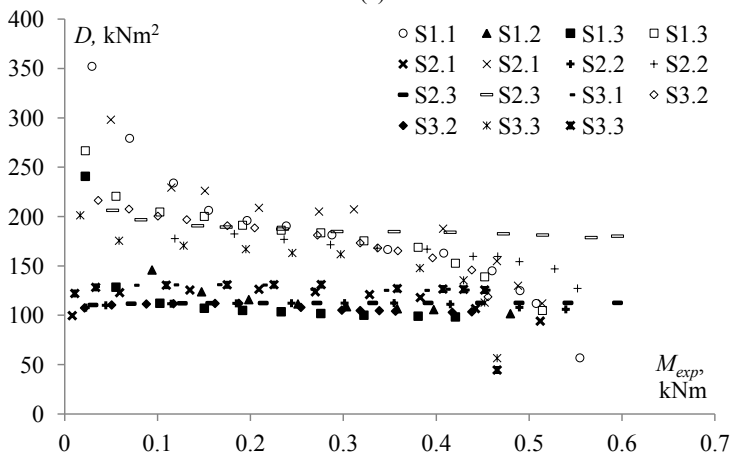
Ir analizēts tērauda īsšķiedru betona siju lieces stingums atkarībā no sloģošanas stadijas. Pirms plaisu veidošanās stadijā eksperimentāli noteiktais stingums bija robežās 150–250 kN/m<sup>2</sup>, kas sakrīt ar teorētisko vērtību ( $EI$ ), ja stingums noteikts no deformāciju mērījumiem uz parauga spiestās un stieptās puses. Ja izmanto siju izlieču rezultātus, iegūtās stinguma vērtības ir ievērojami mazākas – 100–150 kN/m<sup>2</sup>. Eksperimentālās lieces momenta vērtības atkarībā no liekuma un stinguma vērtības atkarībā no lieces momenta ir parādītas 11. a un b attēlā.

Tiek analizēta savstarpējā spiedes un stiepes deformāciju sakarība (sk. 12. attēlu). Lineāri elastīgajā darba stadijā siju spiedes un stiepes deformāciju absolūtās vērtības ir vienādas,  $\epsilon_c/\epsilon_t^w = 1.0$ . Tomēr pēc graužošo betona

<sup>1</sup>non-linear hinge approach



(a)



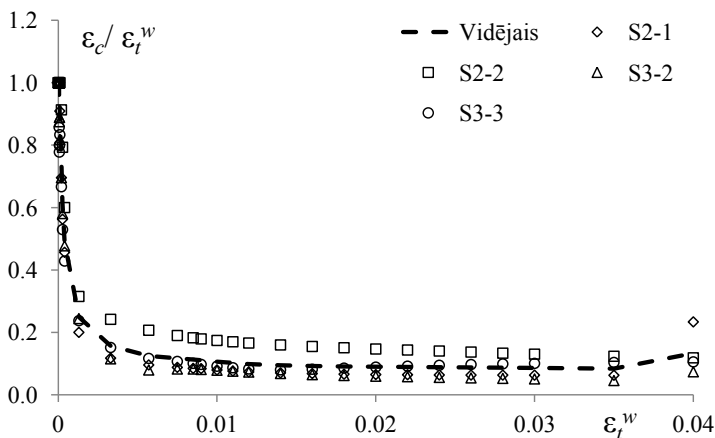
(b)

11. att. Eksperimentālās lieces momenta vērtības atkarībā no liekuma (a) un stinguma vērtības atkarībā no lieces momenta (b)

Pilnie, treknie punkti – liekums aprēķināts no izliecēm;  
 tukšie, plānie punkti – liekums aprēķināts no deformācijām

stiepes deformāciju sasniegšanas attiecība starp spiedes un stiepes deformācijām strauji samazinās līdz līmenim, kas tuvs 0,1, kuru saglabā līdz veikto pārbaužu beigām.

**Sestajā nodaļā,** pamatojoties uz eksperimentāli noteiktām tērauda īsšķied-



12. att. Spiedes un stiepes deformāciju attiecība atkarībā no stiepes deformācijām

ru betona īpašībām vienasīgā spiedē un stiepē, ir izstrādāts semianalītisks modelis īsšķiedru betona konstrukciju lieces momenta un liekuma sakarības un lieces stinguma noteikšanai. Stiegtie elementi tiek apskatīti kā divslāņu sistēma, plaisāšanas stadijā pieņemot kvazi plastisku stiepes spriegumu darbību, to aprakstot ar idealizētu spriegumu un deformāciju diagrammu. Momenta vērtības atkarībā no liekuma tiek noteiktas, apskatot normālspriegumu līdzsvaru šķēlumā, t.i., no stiepes un spiedes spriegumu un deformāciju diagrammu laukumu vienlīdzības nosacījuma:

$$\int_{\varepsilon_c}^{\varepsilon_t^w} \sigma b d\varepsilon = 0. \quad (6)$$

Pamatojoties uz  $\sigma$ – $\varepsilon$  laukumu statisko momentu izteiksmēm, līdzsvara stāvoklī var uzrakstīt šādu lieces momenta izteiksmi:

$$M = \frac{bh^2}{(\varepsilon_t^w - \varepsilon_c)^2} [S_1(\varepsilon_t^w) - S_2(\varepsilon_c)], \quad (7)$$

kur

- $b$  sijas platums;
- $h$  sijas šķērsriezuma augstums;
- $\varepsilon_c$  spiedes deformācija;
- $\varepsilon_t^w$  stiepes deformācija;
- $S_i$   $\sigma$ – $\varepsilon$  diagrammas veidojošā laukuma statistiskā momenta funkcija.

No teorētiskās lieces momenta un liekuma līknes var izteikt stinguma  $D$  izmaņas atkarībā no sijas liekuma. Stinguma vērtības atkarībā no lieces momenta nosakāmas no eksperimentāli noteiktajām sijas spiestās un stieptās pušes deformācijām, kā parādīts formulā (8), vai arī no sijas izliecēm.

$$D_{\varepsilon}(M) = \frac{M}{\varepsilon_t^w - \varepsilon_c} \quad (8)$$

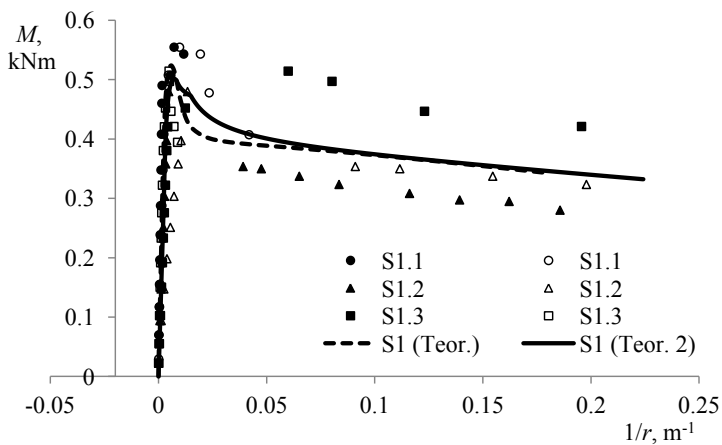
Iegūtie analītiskās modelēšanas rezultāti ir salīdzināti ar tērauda īsšķiedru betona siju četrpunktu lieces pārbaužu rezultātiem 13. attēlā. S1 un S2 paraugu grupām piederošo siju prognozētais lieces moments pie plaisu veidošanās sakrīt ar eksperimentālajiem rezultātiem. Salīdzinot ar S3 grupas sijām, aprēķinātais plaisāšanas lieces moments ir par 30% lielāks nekā eksperimentālais. Aprēķinu ceļā noteiktās lieces momenta vērtības plaisu veidošanās stadijā sakrīt ar S1 un S3 paraugu grupas siju pārbaužu rezultātiem. S2 paraugu grupas sijām prognozētās momenta vērtības ir par 40% lielākas nekā eksperimentos iegūtās. Aprēķinātais siju lieces stingums pirms plaisu un plaisu veidošanās stadijā atrodas eksperimentālo pārbaužu rezultātu diapazonā. Tomēr spiedes un stiepes deformāciju savstarpējā sakarība netiek korekti prognozēta.

Tiek piedāvāts alternatīvs paņēmiens, kas balstīts uz materiāla spriegumu un deformāciju sakarību stiepē un eksperimentāli noteikto sakarību starp spiedes un stiepes deformācijām. Šī metodes pamatā ir šādi trīs apsvērumi: 1) relatīvais spiestās zonas augstums  $x/h$  dažādās slogošanas stadijās tiek noteikts no eksperimentālā ceļā iegūtās spiedes un stiepes deformāciju savstarpējās sakarības; 2) tiek izmantota vienkāršota iekšējā spēkpāra pleca relatīvās vērtības  $z/h$  noteikšana; 3) pamatojoties uz  $x/h$  un  $z/h$  vērtībām, tiek pārveidota īsšķiedru betona spriegumu un deformāciju uzvedība spiedē.

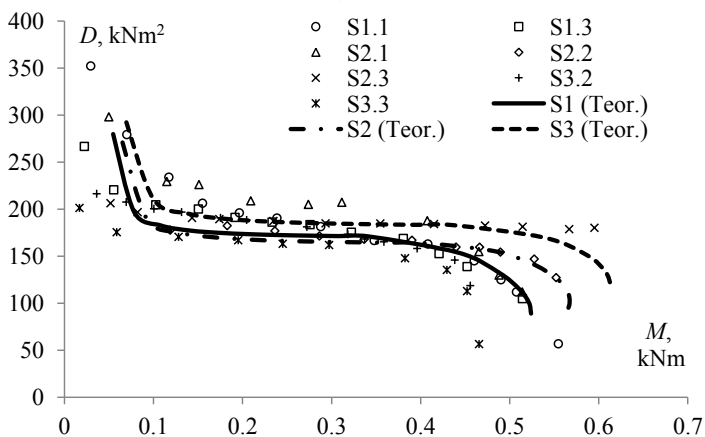
Saskaņā ar šo metodi modelēšanas rezultātā iegūto siju momenta un liekuma sakarību atbilstība eksperimentālajiem rezultātiem līdzīgi kā iepriekš aprakstītajā modelī var tikt pieņemta kā apmierinoša. Tomēr lieces stingums pirms plaisu veidošanās stadijā un plaisu veidošanās sākuma posmā tiek prognozēts mazāks par eksperimentāli noteikto stingumu. Lai gan šī metode sevī ietver pareizu attiecību starp spiedes un stiepes spriegumiem, tomēr iepriekš aprakstītā metode, kas balstīts uz līdzsvara nosacījumu šķēlumā, ir uzskatāma par piemērotāku īsšķiedru betona lieces stinguma prognozēšanai.

Atsevišķos gadījumos novērotā prognozēto lieces momenta un liekuma sakarību neatbilstība eksperimentālajiem rezultātiem skaidrojama ar lielo plaisas plakni šķērsojošo šķiedru skaita izkliedi, kas ir raksturīga īsšķiedru betonam, kā arī ar atšķirību starp stiepes un lieces pārbaudēs izmantoto paraugu betona kvalitāti.

Izstrādātā deformatīvo īpašību prognozēšanas modeļa parametriskās analīzes rezultāti ir atspoguļoti 14. attēlā. Materiāls ar lielāku paliekošās stiepes



(a)

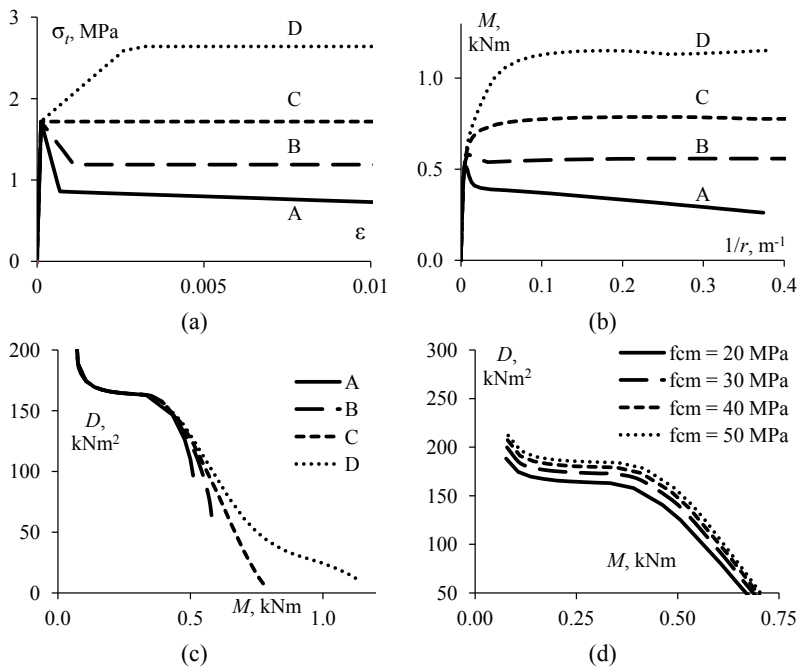


(b)

13. att. **Prognozētais un eksperimentālais lieces moments atkarībā no liekuma (a) un stingums atkarībā no lieces momenta (b)**

stiprību var sasniegt augstāku maksimālā momenta vērtību. Tādējādi šķiedru ietekme uz iššķiedru betona konstrukciju maksimālo nestspēju ir acīmredzama. Tomēr pirms plaisu veidošanās stadijā stinguma un momenta sakarības ir vienādas visām sijām, neuzrādot nekādu materiāla paliekošās stiprības ietekmi uz stinguma maksimālo vērtību. Šķiedru ietekme uz lieces stingumu var novērot tikai plaisu veidošanās stadijā, ietekmējot  $D-M$  diagrammas lejup-

ejošo zaru pēc plaisāšanas lieces momenta sasniegšanas.



**14. att. Deformatīvo īpašību prognozēšanas modeļa parametriskā analīze**

(a) stiepes sprieguma un deformāciju sakarība, (b) momenta un liekuma sakarība, (c) un (d) stinguma un momenta sakarības tērauda īsšķiedru betona sijām ar attiecīgi dažādām stiepes spriegumu un deformāciju sakarībām un betona spiedes stiprības vērtībām

Kā redzams 14. d attēlā, betona spiedes stiprība lieces stingumu pirms plaisu un plaisu veidošanas stadijā ietekmē nedaudz. Palielinot spiedes stiprību no 20 līdz 50 MPa, apskatīto siju lieces stingums pieaug tikai par 13–20%.

## SECINĀJUMI UN REKOMENDĀCIJAS

### Secinājumi

1. Specifiskā kompozīta materiāla struktūra, kas sastāv no trauslas matricas un īsa, elastīga, patvaļīgi orientēta tērauda stiegrojuma, ir iemesls liektu elementu deformāciju kontroles metožu trūkumam, īpaši plaisu veidošanās stadijā.

2. Īsu tērauda šķiedru un betona savstarpējās saistes pētījumos, kur tika izmantota šķiedru izraušanas metode, ir noteikta tērauda īsšķiedru betona spriegumu uzņemšanas kapacitāte saplaisājušā šķēlumā. Pie lieliem šķiedru orientācijas leņķiem jābūt pietiekami lielam pārvietojumam, pirms attiecīgās šķiedras tiek iesaistītas mehāniskā darbībā. Tāpēc pie maziem plaisu platumiem šķiedrām, kuru orientācijas leņķis pārsniedz 30 grādus, efektivitāte stiepes spriegumu uzņemšanā ir niecīga. Ar izstrādāto metodi tiek modelēta šķiedru orientācijas leņķa ietekme.

3. Šķiedru telpiskā izvietojuma un orientācijas ietekme uz tērauda īsšķiedru betona elementu deformatīvajiem un stiprības raksturlielumiem tika noteikta ar šķiedru skaitīšanas metodi, liecē pārbaudītas sijas, sazāģējot nelielos prizmatiskos paraudzīņos. Tika apstiprināts, ka plaisas tiecas veidoties reģionos ar mazāku šķiedru skaitu un pret normālspriegumu virzienu lielāku orientācijas leņķi.

4. Tērauda īsšķiedru betona konstrukciju elementu drošības un ilgizturības analīzei ir izstrādātas metodes, kas balstītas uz kompozīta materiāla stiprības īpašību un konstrukcijas elementa ģeometrisko raksturlielumu izkliedi. Ir piedāvāts modelis lieces momenta uzņemšanas spējas novērtēšanai pie korozijas izraisīta tērauda šķiedru diametra samazinājuma. Modelī tiek ņemts vērā eksponenciālais korozijas procesa likums un pieņemts lineārs korozijas intensitātes sadalījums attiecībā pret plaisas dziļumu un platumu.

5. Pamatojoties uz eksperimentāli noteiktajām tērauda īsšķiedru betona īpašībām vienasīgajā spiedē un stiepē, ir izstrādāta semianalītiska metode liektu īsšķiedru betona elementu momenta un liekuma sakarības novērtēšanai. Plaisāšanas stadijā tiek pieņemts kvazi plastisks stiepes spriegumu sadalījums. Izstrādātā modeļa validācija ir veikta ar tērauda īsšķiedru betona sijām, kurās šķiedru saturs bija 1% no betona tilpuma. Prognozētās momenta un liekuma attiecības uzrādīja labu atbilstību četrpunktu liecē iegūtajiem eksperimentālajiem datiem.

6. Lieces pārbaudēs tika novērota savstarpēja sakarība starp spiedes un stiepes deformācijām. Lineāri elastīgajā darba stadijā deformācijas bija vie-



nādas un abu deformāciju attiecība bija vienāda ar 1.0, bet pēc plaisu parādīšanās šī attiecība strauji samazinās un sasniedz līmeni, kas tuvs 0.1. Iegūtā deformāciju attiecība tiek izmantota piedāvātajā modelī, lai to vienkāršotu un novērstu analītisko un eksperimentālo rezultātu savstarpējo nesaisti.

7. Piedāvātā metode ļauj novērtēt attiecīgā šķērsriezuma lieces stingumu pirms plaisu un plaisu veidošanās stadijā. Stinguma un momenta sakarības ir noderīgas liektu tērauda īsšķiedru betona konstrukciju elementu deformējamības novērtēšanā.

8. Tērauda īsšķiedru betona īpašības un mehāniskā darbība ir daudz pētīta joma, un rezultāti ir pieejami, tomēr nacionālo projektēšanas standartu trūkuma dēļ īsšķiedru betonu galvenokārt pielieto nesošajās konstrukcijās. Šī promocijas darba ietvaros, pamatojoties uz *fib* Model Code 2010 ir sagatavots pielikums Latvijas standartam LVS EN 1992-1-1, un iesniegts Standartizācijas Tehniskajā komitejā LVS/STK 30 *Būvniecība*.

## Rekomendācijas

1. Lai gan tika novērota laba izstrādātā modeļa aprēķina rezultātu atbilstība eksperimentālajiem datiem, ir nepieciešami plašāki pētījumi tālākai modeļa validācijai. Siju pārbaudēs novērotā attiecība starp spiedes un stiepes deformācijām, kas tiek izmantota deformāciju prognozēšanā, var tikt ietekmēta no šķiedru daudzuma. Tāpēc ir vajadzīgi papildus eksperimentālie pētījumi deformāciju attiecības izvērtēšanai it īpaši materiāliem, kuri uzrāda spriegumu pieaugumu pēc plaisu veidošanās stadijā.

2. Šis pētījums parāda, ka tērauda īsšķiedru betona vienasīgās stiepes  $\sigma$ – $\epsilon$  diagrammas ir pielietojamas īsšķiedru betona siju momenta–liekuma un stinguma–momenta sakarību prognozēšanai, tomēr validācija jāveic arī cita veida konstrukcijām, piemēram, pārseguma plātnēm. Literatūrā pieejamie pētījumu rezultāti parāda, ka īsšķiedru betona īpašības ir ļoti saistītas ar ģeometriskajiem parametriem: konstrukcijas šķērsriezuma augstums un platums. Arī šis aspekts ir pētāms saistībā ar izstrādāto modeli.

3. Sagatavotais Latvijas standarta LVS EN 1992-1-1 pielikums tērauda īsšķiedru betona konstrukciju projektēšanai nesatur norādījumus konstrukciju izlieču kontrolei. Lai izstrādātu izlieču regulēšanas metodes un iekļautu standartu nacionālajos pielikumos, ir jāveic visaptveroša piedāvāto un lietoto modeļu analīze kopā ar plašiem eksperimentālajiem pētījumiem.

4. Saistībā ar tērauda īsšķiedru betona ilgziturbības novērtēšanu uz teorētiskajiem un eksperimentālajiem pētījumiem balstītais eksponenciālais likums konstrukciju un to elementu novecošanās procesa aprakstīšanā ir pirmais tuvinājums. Tālākai modeļa attīstīšanai ir jāveic uz sistematizētu eksperimentālo rezultātu un jau uzbūvēto konstrukciju inspekcijas un laboratorisko pārbaužu pamata bāzēts novērtējums.

## REVIEW OF DOCTORAL THESIS

### Topicality of the work

Fibre reinforced concrete (FRC) as a solution for different structural applications is of great interest among today's scientists of the field of structural engineering. The realised projects like elevated suspended slab in "Diton Nams" (Daugavpils, Latvia), approves that conventional reinforcement can be replaced by steel fibres. If structures are reinforced with fibres only, the labour-intensity can be reduced significantly. This aspect applies also to structural elements with complex shapes and tangled connections, where the use of traditional reinforcement can become inconvenient both for builders and designers. From a durability perspective, both early-age cracking and drying shrinkage reduce load carrying capacity and accelerate deterioration, resulting in increased maintenance costs and reduced service life. Fibres have a direct impact in that area as well. Traditional methods of designing ignore the tensile capacity of concrete, that means that a notable portion of concrete used in structural elements does not contribute to the load bearing capacity and deformations. Using innovative materials such as fibre reinforced concrete allows for the design of more efficient structural systems thus reducing the influence on greenhouse effect [1].

In addition to the advantages mentioned above, fibres can contribute to the reduced deflections of structural members. Some of the main factors affecting deflections of a structural element are tensile strength, bending stiffness, cracking, and shrinkage curvature [2]. Steel fibres increase the tensile strength of the concrete and provide residual tensile strength after cracking. The ability of transferring tensile stresses in the cracked stage increases the bending stiffness for cracked sections. Steel fibres also help restrain shrinkage due to drying of the cement matrix (citing Swamy and Stavrides 1979, Mangat and Azari 1988, Atis and Karahan 2009) [3] and the uniformity of fibre reinforcement through out the cross-section reduces the shrinkage curvature.

Despite the massive amount of research that has been carried out and all the benefits described above, the usage of steel fibre reinforced concrete (SFRC) is limited mainly to non-bearing structures. The lack of Building Codes for structural design, which take into account the post-peak behaviour of FRC in tension, is mentioned as the main reason why SFRC is not used in structural applications by practitioners [4, 5]. The same can be referred to the situation in Latvia. There are several design guidelines developed in the European countries and world wide in recent years. FIB task group TG 8.3

“Fibre Concrete” have prepared pair of sections for FRC structural design in the new *fib* Model Code 2010 published in 2012, which can serve as the basis for design rules adopted in Latvian Standards.

Although the mentioned guidelines and building codes describe the design constitutive laws for the use in both ultimate and serviceability limit states, gives rules for verification of safety and serviceability (stress limitation, crack control) of FRC structures, there is no procedure provided for deflection control in most of them. In the opinion of the author of this work it is an urgent necessity to have such procedure for calculating deflections similar to those provided in Eurocode 2 for conventional reinforced concrete.

Regarding deformations of SFRC, there are several approaches available in the literature. Based on the experimentally determined constitutive laws of bending force over deflection, a numerical integration procedure can be performed along the length of the member. Also an inverse analysis using the finite element method can be employed to deduce the material properties from the load–deflection response of the round panel test and afterwards the obtained properties is used as input data in finite element calculations for real structural slab design [6]. To find the stiffness of a fibre reinforced concrete section the analytical method of transformed section, which is common for conventionally reinforced concrete elements, is suggested by Bywalski and Kaminski [7]. In this work a semi-analytical approach is proposed, where concrete with the fibre reinforcement is considered as a composite material with different behaviour in tension and compression. In this model experimental results for pre-crack and post-crack behaviour of SFRC in uni-axial tension and compression are needed.

Besides prediction of deformations of SFRC structural elements, main factors influencing material properties and behaviour should be understood. This includes the aspects of fibre distribution and orientation, interfacial bond between fibres and concrete, reduction of fibre diameter due to corrosion, and others. Although there is much research done in these fields, the knowledge is not complete. Because of the variety of SFRC compositions and complexity of its inner structure, there are still possibilities to bring in some new understanding, methods and approaches of calculations.

### **Objective of the study**

The main objective of the study is to develop semi-analytical model to predict bending stiffness of steel fibre reinforced concrete, and propose methods for evaluating the factors that influences the behaviour of SFRC structural elements under flexure.

## **Tasks of the study**

To achieve the objective of the work the following main tasks are set to be fulfilled:

1. experimental study of deformation and strength properties of concrete in compression, tension and flexure reinforced with different types of steel fibres;
2. analysis of the interfacial bond properties of concrete and different types of fibres;
3. study of the distribution of short steel fibres in concrete and its influence on material properties;
4. proposition of a method to evaluate the reduction of moment capacity due to corrosion;
5. development of semi-analytical model for prognosis of bending stiffness.

## **Methodology**

Besides analytical calculations and literature studies, comprehensive experimental testing of SFRC specimens were carried out.

Investigations on steel fibre and concrete interfacial bond properties were performed by fibre pull-out test method, where pull-out force over fibre displacement was registered. Deformation and strength properties in compression of SFRC were determined using cylinders with dimensions in compliance with standard LVS EN 206-1. Both longitudinal and transversal strains were measured within the central third of the height of the cylinders. Un-notched dumbbell like specimens with square cross-section ( $100 \times 100$  mm) were used for acquiring material response under uni-axial tensile loading. Measurements of strains and crack width opening was recorded in both linear elastic and post-cracking range. SFRC behaviour in flexure was tested under four-point bending. Un-notched rectangular prism specimens with cross-section of  $100 \times 100$  mm were used. Applied force, deflections, and strains on compressed and tensioned side were measured. For fibre displacement measurements in pull-out tests and strains measurements in tensile, compression, and flexural tests HBM transducers were used. Additionally to the load cell of testing machine (Zwick), S9 type HBM force transducer was used, where greater accuracy was needed.

Tests were performed under closed looped conditions by controlling position of the machine head. The specimens in compression were tested under open looped conditions.

The distribution and orientation of the fibres in concrete samples was evaluated by manual fibre counting approach. Samples were sawn in three main

directions having the distance of 40 mm between cutting planes.

The proposed semi-analytical model for deformation prognosis is developed basing on the stress–strain ( $\sigma$ – $\epsilon$ ) approach, deriving strains from crack width opening measurements using the concept of characteristic length. Curvature of beams was determined by applying non-linear hinge approach.

### Scientific novelty

1. A semi-analytical model for predicting deformations and stiffness parameters of flexural steel fibre reinforced concrete elements is developed by using the experimentally obtained and/or idealised uni-axial tension and compression properties of SFRC.

2. Basing on steel fibre and concrete interfacial bond properties, an evaluation method is proposed, that gives possibility to analyse the influence of fibre type on the capability of transferring tensile stresses by fibres crossing a crack. The method is based on bi-linear approximation for average pull-out experimental curves, taking into account the effective crack width.

3. To evaluate fibre displacement at a crack, two-fibre system analysis at micro-level is developed, which takes into account stress distribution along fibre length considering incomplete bonding. The proposed analysis shows more accurate results than that obtained from the single-fibre analysis.

4. The methods of reliability and durability analysis of SFRC flexural elements are proposed, which considers *a*) the dispersion of material strength properties and geometrical characteristics of elements; *b*) decrease of the bending moment capacity due to reduction of steel fibre diameter caused by corrosion; *c*) experimentally established exponential law of chemical processes and the assumption of linear rate of corrosion along the crack depth.

### Practical application

The Doctoral Thesis provides models, which are applicable for evaluating various factors determining the deformation and strength properties, mechanical behaviour, and durability of steel fibre reinforced concrete.

To promote use of SFRC in structural application, comprehensive design rules are needed. As a part of this promotion work, on the basis of *fib* Model Code 2010 appendix to Latvian Standard LVS EN 1992-1-1 is prepared and submitted to the Latvian National Standardisation body Latvian Standard.

Most of the current building codes regarding FRC structural design, including *fib* Model Code 2010, do not provide rules for deflection control. This study can be considered as a contribution to development of generally accepted methods for deflection calculations and control of structural members.

## **Results presented for defence**

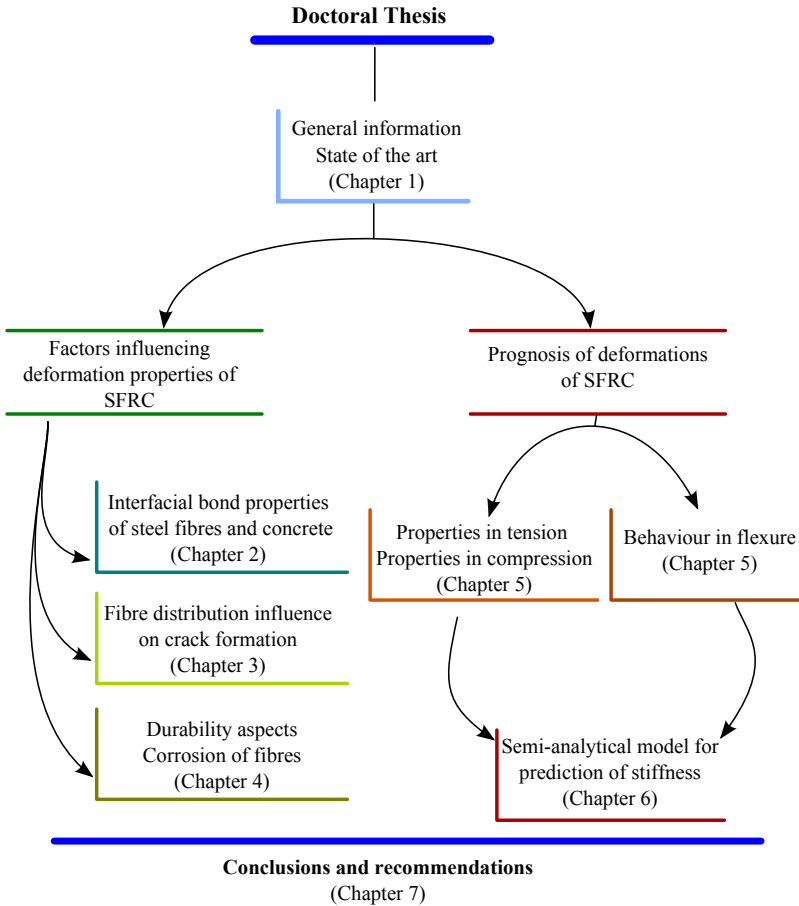
1. Method, based on bi-linear approximation for average pull-out experimental curves, and taking into account the effective crack width, for evaluating fibre type effect on tensile stress transferring capacity in cracked section.
2. Two-fibre model for calculating fibre displacement at a crack, which takes into account stress distribution along fibre length considering incomplete bonding.
3. Experimental analysis of fibre distribution and orientation with respect to crack initiation in beams, and evaluation of applicability of theoretical models assuming homogeneous fibre concentration for predicting fibre amount in fracture plane.
4. Methods of reliability and durability analysis of cracked SFRC flexural elements subjected to corrosion.
5. Semi-analytical model for prognosis of moment–curvature response and bending stiffness of steel fibre reinforced concrete beams.

## **Volume of the Doctoral Thesis**

Doctoral Thesis includes the following chapters: Introduction; 1. Review of investigations on fibre reinforced concrete; 2. Investigation of steel fibre and concrete interfacial bond properties; 3. Fibre distribution and its influence on deformation and strength properties of steel fibre concrete; 4. Reliability and durability estimation of steel fibre concrete; 5. Experimental study of deformation and strength properties of fibre reinforced concrete in compression, tension, and bending; 6. Prognosis of steel fibre reinforced concrete properties in flexure; 7. Conclusions and recommendations; Appendices. Doctoral Thesis contains 119 pages, 82 figures, and 23 tables. Bibliography contains 110 sources.

## **Structure of the Doctoral Thesis**

The structure of the Thesis is outlined in Fig. 1. The first chapter gives general insight of main aspects regarding the SFRC development, classification, design approaches and deflections control. Chapters 2 to 4 deal with factors, which influence deformation and strength properties of SFRC. Chapter 5 provides experimental data necessary for the semi-analytical model proposed in Chapter 6.



**Fig. 1. Outline of the doctoral Thesis**

## APPROBATION OF THE WORK

The results of the doctoral Thesis are published in one scientific journal. Five papers are published and one is submitted for publishing in proceedings of international scientific conferences. Two of the publications are available in EBSCO and one in SCOPUS databases. The results are also presented in 7 international scientific conferences. The publications and conferences are listed below.

### Publications in scientific journals

Skadins U., Brauns J. (2012) Investigation of Steel Fibre Pullout and Modeling of Bridging Behaviour in SFRC. *Engineering Structures and Technologies*, Vol. 4, No. 3, pp. 77–88 (EBSCO).

Available:

<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.3846/2029882X.2012.729653>

### Publications in conference proceedings

1. Skadins U., Brauns J. (2013) Influence of Fibre Amount on SFRC Pre- and Post-Crack Behaviour. **In:** *Proceedings of 4th International Scientific Conference Civilengineering '13*. May 16-17, 2013. Jelgava, Latvia: LLU. [Submitted]

2. Brauns J., Skadins U. (2011) Durability Estimation of Steel Fibre Concrete Flexural Elements. **In:** *7th International Conference on Analytical Models and New Concepts in Concrete and Masonry Structures*. June 13-15. Krakow, Poland: Polish Academy of Sciences, pp. 269–270.

3. Skadins U. (2011) The Effect of Fibre Type on Pullout Energy. **In:** *Proceedings of fib Symposium PRAGUE: Excellence and Efficiency*. Prague, Czech Republic: fib CEB-FIP, pp. 979–982.

4. Skadins U., Brauns J. (2011) Modeling of Fiber Bridging Behaviour in SFRC. **In:** *Proceedings of 3rd International Scientific Conference Civilengineering '11*. May 12-13. Vol. 3, Jelgava, Latvia: LLU, pp. 109–112 (SCOPUS).

Available: <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84866323820&partnerID=40&md5=d740e7b8cd7d0b8c026539fb29683477>

5. Skadins U., Brauns J. (2010) Modeling of Unidirectional Short-Fiber Reinforced Concrete. **In:** *Research for Rural Development 2010*. Vol. 2, Jelgava: LLU, pp. 192–196 (EBSCO).

6. Brauns J., Skadins U. (2009) Semi-analytical Modelling of SFRC in



Flexure. In: *Proceedings of the 16th Baltic Building Symposium*. May 28. Tartu: EMU, pp. 37–44.

### **International scientific conferences**

1. *17th International Conference of Mechanics of Composite Materials*. May 28 - June 01, 2012. Jurmala, Latvia: PMI. Prediction of Steel Fiber Reinforced Concrete Flexural Behaviour.

2. *7th International Conference on Analytical Models and New Concepts in Concrete and Masonry Structures*. June 13-15, 2011. Krakow, Poland: Polish Academy of Sciences. Durability Estimation of Steel Fibre Concrete Flexural Elements.

3. *fib Symposium Prague: Excellence and Efficiency*. June 8-10, 2011. Prague, Czech Republic: fib CEB-FIP. The Effect of Fibre Type on Pullout Energy.

4. *3rd International Scientific Conference: Civilengineering '11*. May 11-12, 2011. Jelgava, Latvia: LLU. Modeling of Fibre Bridging Behaviour in SFRC.

5. *16th International Conference of Mechanics of Composite Materials*. May 24-28, 2010. Riga. Bond Strength Investigation and Modelling in Steel Fiber Concrete.

6. *5th International Scientific Conference: Students on Their Way to Science*. May 28, 2010. Jelgava, Latvia: LLU. Model Based Analysis of Short Fiber Reinforced Concrete.

7. *16th Baltic Building Symposium*. May 28, 2009. Tartu, Estonia: EMU. Semi-analytical Modelling of SFRC in Flexure.

## CONTENTS OF THE DOCTORAL THESIS

The **first chapter** gives an overview of the methods used for prognosis of deformations of fibre reinforced concrete flexural members. It provides background information for understanding the behaviour of materials discussed in further chapters. In this chapter a short historical development with respect to research, application, design, and standardisation of FRC, main classification, possible design approaches used to describe material tensile behaviour, and available deformation prediction models are given.

**Chapter 2** deals with investigations of fibre and concrete interaction studied at the level of micro-scale. One of the most common way to evaluate and describe the bond between a fibre and concrete is by using experimental pull-out method. The first section in this chapter deals with this method, where experimental pull-out force over fibre displacement ( $F-\delta$ ) curves are obtained (Fig. 2) for four types of fibres tested under several inclination angles and two embedment lengths. Analytical description of the curves is proposed and pull-out energy is calculated. The parameters of analytical relationships were obtained by using minimization procedure.

The results of the pull-out tests depicts that the type of fibres has a significant influence on pull-out energy for fibres aligned with applied force. Fig. 3 shows the effect of fibre type if smooth fibres (S) are taken as a reference. All types of fibres are involved in stress transferring process equally for very small slip (0.1 mm). Nevertheless, the effect is notable at the displacement of 3.5 mm. The energy necessary to pull out hooked (H) fibres comparing with smooth ones is almost 9 times more. Crimped (C) and flat-ended (FE) fibres show even greater effect, respectively, 20 and 23 times bigger energy consumption than for smooth ones. However, the energy largely depends on fibre orientation angle. The difference between smooth and pre-deformed fibres is much smaller for bigger inclination angles. Moreover, the energy consumed to pull out a fibre from concrete till 3.5 mm is almost the same for all types of fibres, if they are inclined at the angle of 60 degrees.

In the second section the experimental results of the pull-out tests are used to propose a method that gives possibility to analyse tensile stresses–crack opening displacement response of SFRC members in tension and flexure. The method is based on assumption that the crack width depends not only on fibre slip, but also on the failure of concrete at the exit point of inclined fibres. Due to the concrete damaging process, fibres become effectively involved in the tension carrying mechanism when sufficient displacement has occurred, named as effective crack width  $w_{eff}$ . It depends on fibre orientation angle  $\theta$

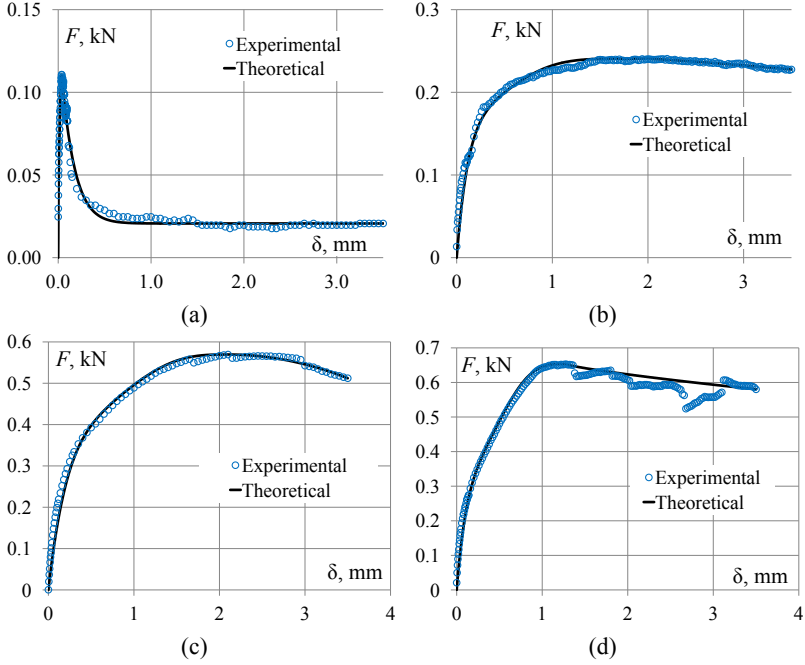


Fig. 2. Pul-lout response of different types of fibre

(a) smooth fibres, (b) hooked fibres, (c) crimped fibres, (d) flat-ended fibres

and is determined by the following equation:

$$w_{eff}(\theta) = K_1 + K_2 \tan \theta, \quad (1)$$

where  $K_1$ ,  $K_2$  are material parameters obtained from pull-out tests. As the fibres with orientation angle 90 degrees have no effect in stress bridging, the tangent function is used to describe the relationship between effective crack width  $w_{eff}$  and the fibre orientation angle  $\theta$ .

The tensile stresses transferred by fibres from one side of a crack to the other can be determined by the following relationship:

$$\sigma_t = n_f V_{f,eff} F_f, \quad (2)$$

where

- $n_f$  number of fibres per unit area;
- $F_f$  force in a single fibre;
- $V_{f,eff}$  ratio of effective fibres to total number of fibres in a section.

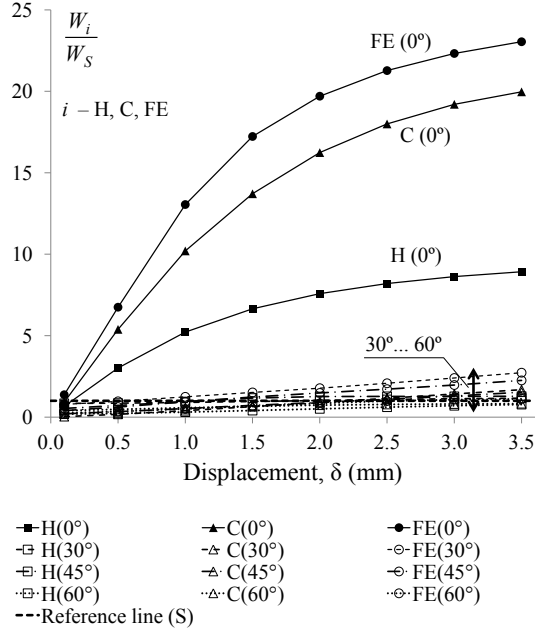


Fig. 3. **Fibre type effect on pull-out energy depending on fibre orientation angle**  
 S – smooth, H – hooked, C – crimped, FE – flat-ended fibres

Bi-linear approximation based on the effective crack width  $w_{eff}$  is used to describe the force in a single fibre. Fig. 4 represents the comparison of the theoretical and experimental values of pull-out force for various angles  $\theta$ . In the figure the results are determined for 50 mm long crimped fibres and concrete strength 55.1 MPa. The bond shear stress for calculating the force in fibre is determined from the test results with  $\theta = 0^\circ$ .

It can be seen from the test results, that those fibres, which are more inclined, reach their maximal pull-out force at a greater displacement. That means that for fibres orientated at a large angle significant slip is needed before mechanical locking occurs.

On the bases of the fibre orientation angle the amount of fibres involved in stress bridging process at a certain crack opening displacement is evaluated. A critical angle  $\theta_{crit}$  is used to set the boundary, under which fibres can be considered effective. The critical angle can be found by using expression:

$$\theta_{crit} = \arctan \left( \frac{w - K_1}{K_2} \right) . \quad (3)$$

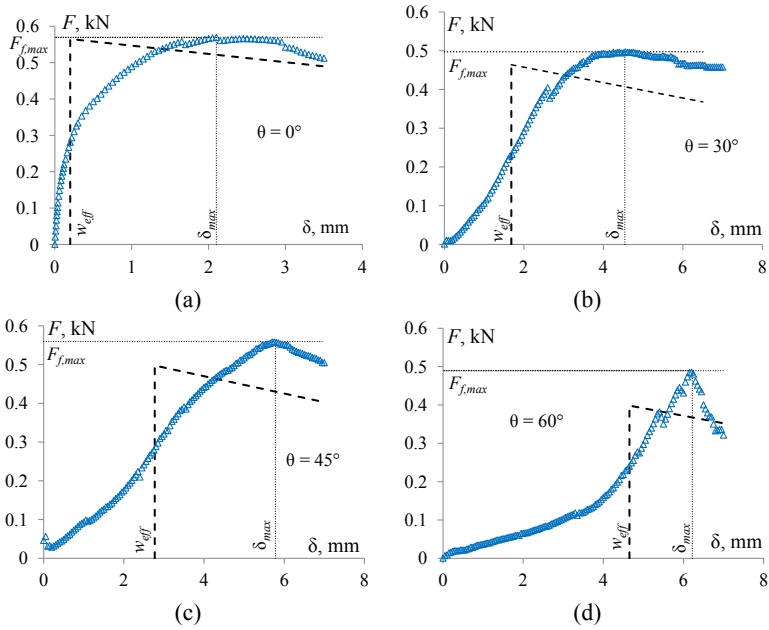


Fig. 4. Comparison of theoretical and experimental pull-out force in crimped fibre

At a certain crack width,  $w$ , only those fibres can be taken in to account, which are inclined less than  $\theta_{crit}$ . Results for different types of fibres and crack widths are given in Table 1. The concept of the critical angle is used to determine the ratio of effective fibres to total number of fibres,  $V_{f,eff}$ , used in Eq. (2).

Table 1

Critical angle (deg.) depending on crack width

Fibre type	Crack width $w$ (mm)			
	0.5	1.0	2.0	3.5
Smooth	17	31	50	64
Hooked-ended	15	28	47	62
Crimped-round	7	17	35	52
Flat-ended	9	21	39	56

Fig. 5 shows the numerical example of the tensile stresses transferred by four different types of fibres in cracked section of a flexural SFRC element. In the calculations it is assumed that fibre volume fraction  $V_f = 1.0\%$ , orientation coefficient  $\alpha = 0.5$ , length and diameter of fibres is equal to 50 mm and 0.75 mm respectively. Pull-out test results for the characteristic quantities  $F_{f,max}$ ,  $K_1$ , and  $K_2$  are used.

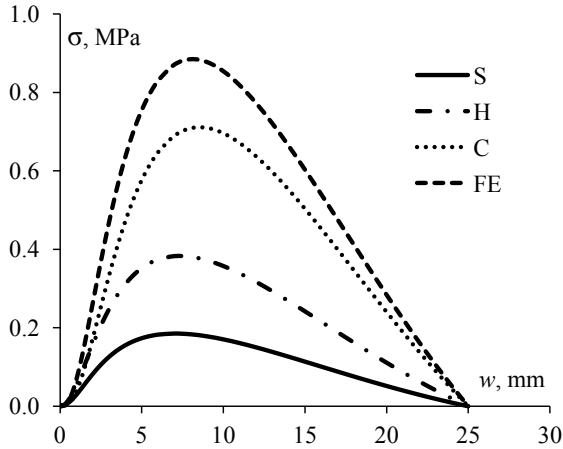


Fig. 5. Tensile stresses transferred by fibres depending on crack width

In the third part of Chapter 2 two-fibre model for studying the stress state and deformation caused by axial force in a considered calculation element with oriented short-fibre reinforcement is proposed. The model takes into account stress distribution along fibre length (embedded length) considering incomplete bonding.

In order to perform analysis of deformation of a composite at the crack, the stress–strain relationship in the case of a single fibre is examined. Based on studies of bond stress–slip relationships [8], bond properties [9], and effect of the fibre finite element length on the elastic modulus [10], expressions for shear stress and local strain difference between fibre and concrete as well as fibre displacement at the crack are given.

The incomplete bonding is formed as a result of corrosion of composite components or under other conditions [11, 12]. Examining the stress distribution mode through the length of a fibre in the case of partial bond, the fibre is arbitrarily divided into sections in which an ideal bond exists between fibres and the ones without bonding. Thus, the regions with ideal contact are concentrated in annular volumes covering the reinforcing fibre.

It is proposed to consider a calculation element where two adjacent fibres are symmetrically located so that the force balance is satisfied at the crack (Fig. 6). That means that the applied force  $P$  on both ends of the calculation element is equal to the sum of tensile forces in fibres  $F_i$  and in matrix  $T_i$ . Also in case of two-fibre model expressions for shear stress and local strain difference between fibre and concrete as well as fibre displacement at the crack are derived.

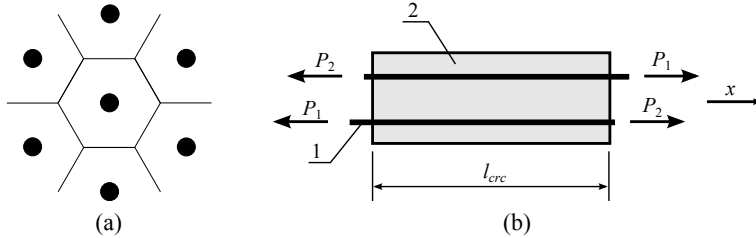


Fig. 6. Hexagonal fibre arrangement (a) and two-fibre system model (b)

1 – fibre; 2 – concrete element

In order to compare the results in the case of a single-fibre and two-fibre system, some numerical analyses are performed. The following material parameters are chosen:  $d_f = 0.5$  mm,  $V_f = 4\%$ ,  $E_f = 210000$  MPa,  $E_m = 50000$  MPa,  $G_m = 20000$  MPa. The segment length between two cracks (embedded length) is chosen 30 mm, and the fibre forces at the cracks  $P_1 = 0.1$  kN and  $P_2 = 0$ .

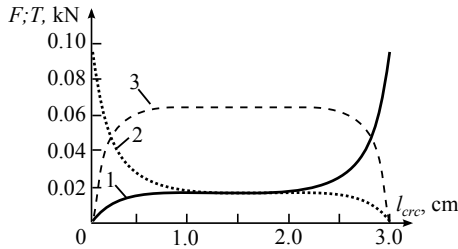


Fig. 7. Distribution of fibre force and matrix force in two-fibre system

1, 2 – fibre forces, 3 – matrix force;  $l_{cr,c} = 30$  mm,  $P_1 = 0.1$  kN,  $P_2 = 0$ , and  $P_1 = 0$ ,  $P_2 = 0.1$  kN

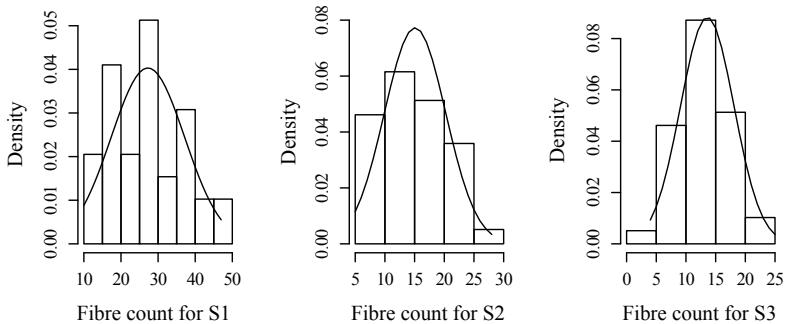
In the two-fibre system, the fibre force distribution is symmetrical while in a single-fibre analysis it is not symmetrical due to the exceeded boundary conditions. Note that for the single-fibre system the fibre displacement  $\Delta$  at the crack is  $1.032 \times 10^{-3}$  mm, and for the two-fibre system it is  $1.155 \times 10^{-3}$  mm,

where the relative difference is approximately 12%. Obviously, the two-fibre system analysis gives more accurate results for the fibre displacement at the crack. To apply the model to real FRC elements, the fibre forces at the cracks should be derived from the crack widths.

In **Chapter 3** a study of fibre distribution and orientation in prismatic SFRC samples is represented. The investigations were performed on beams with dimensions of  $100 \times 100 \times 500$  mm. Samples with different types and amount of fibres were manufactured, tested under four-point bending till failure and then sawn for counting the the number of fibres on every “new” surface of prismatic specimens. Nominal fibre amount was 0.75 to 1% by volume (approx. 60 to 80 kg/m<sup>3</sup>).

It was observed that the distribution and orientation of fibres in the manufactured specimens were influenced by two main factors, which are mentioned by other researchers as well. First, the fibre orientation is much influenced by so-called wall-effect. It was more explicit for specimens with greater number of fibres per volume. Second, technique used for concrete placing and compacting affected the distribution of fibres. This aspect could be mentioned as the main cause of heterogeneity of SFRC dividing beams into sections with distinct fibre densities and orientation.

In Fig. 8 empirical histograms of the number of fibres and theoretical normal distribution curves are given. The mentioned figure represents the number of cut fibres counted on the transversal surfaces ( $X$ -planes) with area of 64 cm<sup>2</sup>, which is the remaining cross-sectional area of beams after the outer sides were cut off.



**Fig. 8. Number of fibres per cross-section represented by normalised histograms and theoretical normal distributions**

In this study the number and orientation of fibres with respect to the fracture plane of the tested beams is analysed. Fibre density in crack plane is



compared to the densities in other  $X$ -planes of the same beam specimen. To evaluate whether fracture plane develops in the section with the smallest number of fibres all section planes located in the range of maximum bending moment were sorted by the values of fibre density. The sorted planes of each beam with the values of the densities are given in Fig. 9, where the bold underlined values indicates the position of fracture planes. In most cases fracture plane was located in region where the smallest fibre amount was observed. For specimens with less fibres per volume, the crack location was affected also by other factors besides fibre distribution, probably the heterogeneous nature of concrete micro-structure.

Similar procedure was performed for analysing the influence of fibre orientation on the fracture plane location. There is observed a tendency for cracks to develop in sections, where the ratio of longitudinal to transversal fibres is smaller, though the influence is not as strong as of fibre density.

Max. value	0.64	0.73	0.45	0.33	0.36	0.31	0.30	0.28	0.25
	0.61	0.61	0.44	0.25	0.34	0.28	0.28	0.16	0.22
	0.42	0.56	0.42	<b>0.20</b>	0.34	0.25	0.27	<b>0.14</b>	0.20
	0.30	0.53	0.41	0.16	0.28	0.25	<b>0.22</b>	0.09	0.19
Min. value	<b>0.28</b>	<b>0.28</b>	<b>0.23</b>	0.16	<b>0.27</b>	<b>0.16</b>	0.20	0.09	<b>0.11</b>
	S1.1	S1.2	S1.3	S2.1	S2.2	S2.3	S3.1	S3.2	S3.3

Fig. 9. **Fibre densities in the maximum moment zone of every beam sorted by values of the densities**

bold underlined values represent the density in fracture plane

The experimental results of number of fibres per crack plane are compared with the predicted values using theoretical method proposed by Krenchel [13], where fibre orientation factors are calculated by method given in [14]. The comparison in form of fibre densities ( $\text{fibres}/\text{cm}^2$ ) is given in Table 2. In the table  $n_{f,theor}$  is the theoretically predicted density,  $n_{f,X,mean}$  is the mean value of densities and  $n_{f,X,crc}$  is the fibre density in fracture plane of the tested beams.

Table 2 shows, that the fibre amount predicted by method, where homogeneous concentration of fibres is assumed, is significantly overestimated in the case of the studied beam samples. Comparing analytically calculated fibre densities with the densities in the crack planes  $n_{f,theor}/n_{f,X,crc}$  gives overestimation of 3.3 to 6.7 times.

In **Chapter 4** durability and reliability aspects of SFRC are discussed. The cracks in flexural SFRC elements facilitate the corrosion, which causes dam-

Table 2

**Theoretically predicted and experimentally obtained fibre densities**

Specimen	$A_f$ ( $cm^2$ )	$V_f$ (%)	$n_{f,theor}$ (fibres/ $cm^2$ )	$n_{f,X,mean}$ (fibres/ $cm^2$ )	$n_{f,X,crc}$ (fibres/ $cm^2$ )	$n_{f,theor}/$ $n_{f,X,crc}$
S1.1	0.442	1.00	1.44	0.40	0.28	5.14
S1.2	0.442	1.00	1.44	0.55	0.28	5.14
S1.3	0.442	1.00	1.44	0.44	0.23	6.26
S2.1	0.442	0.75	1.08	0.19	0.20	5.40
S2.2	0.442	0.75	1.08	0.32	0.27	4.00
S2.3	0.442	0.75	1.08	0.22	0.16	6.75
S3.1	0.860	1.00	0.74	0.26	0.22	3.36
S3.2	0.860	1.00	0.74	0.17	0.14	5.29
S3.3	0.860	1.00	0.74	0.23	0.11	6.73

age to structure. Thus, analysing the effects of this phenomenon in SFRC is of great importance. Several studies have already been carried out considering the corrosion of SFRC, however, the published results are not sufficient to attest the resistance of corroded SFRC and estimate the durability of material [15].

Reliability analysis of statically determined systems can be easily performed on the basis of distribution of material characteristics and relationships between parameters of the structure. In the assessment of safety, suitability and durability of structures models consisting of conditioned elements, connection of which in the sense of reliability can be in series, parallel and mixed, are used [16]. The conditioned elements present probabilistic characteristics of dangerous zones of the structure that are caused by dispersion of geometrical and material strength characteristics.

In this study, the hypothesis of reduced load capacity due to decrease of fibre diameter in corrosion process is attested. An analytical model for estimation of the bending moment capacity with decreasing of fibre diameter is developed. Using experimentally established exponential law of chemical processes and assuming linear rate of corrosion along the crack depth, the decrease of load carrying capacity of flexural element is determined.

The moment capacity of SFRC element depends on dispersion of strength characteristics of materials, geometry and environmental effects. The loss of reliability can occur, mainly, in the case when high load effects coincide with low resistance of the element.

The reduction of tensile capacity of fibre due corrosion could coincide with the pull-out resistance and the fibre could break instead of being pulled

out. The process can be continuous with the fibre rupture close to the crack mouth first and then successively on fibres deeper in the crack. Taking into account corrosion front, acting forces, and dimensions (depth of the beam  $h$  and height of the compressive zone  $x$ ), the moment capacity of flexural element can be determined in the following way:

$$M(\zeta) = F_{fct} \frac{2}{3} (h - l_{crc}) + F_f \left( h - l_{crc} - \frac{x}{3} + \frac{\zeta}{2} \right) - \Delta F_{fsl} \left( h - l_{crc} - \frac{x}{3} + \frac{2\zeta}{3} \right), \quad (4)$$

where

- $l_{crc}$  crack length;
- $\zeta$  local coordinate along the crack;
- $F_{fct}$  tensile force acting in fibre reinforced concrete;
- $F_f$  pull-out force of the fibre;
- $\Delta F_{fsl}$  and reduction of the pull-out force due to fibre slipping.

The service life of cracked element is a function of the corrosion rate. In durability design of SFRC it is necessary to determine such initial geometrical characteristic of a structure which in the moment  $t = T$  is not less than design value. The initial section of  $A_{s,0}$  can be determined by using expression

$$A_{s,0} = A_{s,d} e^{\lambda t}. \quad (5)$$

On the basis of Eq. (5), assuming experimentally determined faults intensity  $\lambda$  and design diameter of steel fibre  $d_{s,d}$ , the remaining maintenance time  $T$  or the necessary initial steel fibre diameter  $d_{s,0}$  can be calculated.

In **Chapter 5** experimental studies of deformation and strength properties of SFRC composites are described. Experimentally obtained material behaviour in uni-axial tension and compression is the main input information for the model proposed in the Chapter 6. Flexural tests give possibility to compare the analytically derived moment–curvature relationships with the behaviour of real SFRC members under bending. Although these properties are well studied and described in literature, the aim of the study, described in this chapter, is to provide database, which is necessary to validate the proposed model.

Steel fibre concrete of normal strength and fibre dosage of 80 kg/m<sup>3</sup> was studied. Three types of fibres, commercially available in Latvian market, were used: crimped fibres with round cross-section, fibres with hooked ends, crimped fibres with flat cross-section. The length of all fibres was 50 mm. The types and amount of the manufactured specimens are given in Table 3.

Stress–strain response of SFRC in compression and tension is obtained. It was observed that the behaviour of SFRC under compression is similar

Amount of specimens

Specimen type	Fibre type		
	Crimped round	Hooked ended	Crimped flat
Cylinder	5	5	5
Dog-bone shaped	6	6	6
Prismatic (beams)	3	3	3
Control cubes	4	4	4

to the behaviour of plain concrete in the range till peak value of stresses is reached. The fibre contribution, however, can be noticed in the post-peak range, where ability to maintain the stress level till strains of 0.35% can be observed. The experimentally obtained mean compressive stress–strain diagram together with theoretical approximation for sample group C1 is plotted in Fig. 10a.

The results obtained from the tensile test represents the load and deformation response of the specimens. For all tested specimens tension strain softening behaviour was observed, which means that only one crack per specimen had developed. In Fig. 10b an idealised stress–strain diagram for sample group T1 based on three main characteristic points was constructed: 1) at peak load; 2) just after the drop of the load; 3) at “pseudo” strain 0.035. To convert deformations, consisting of strains and crack width, to the tensile strains the approach of characteristic length was applied.

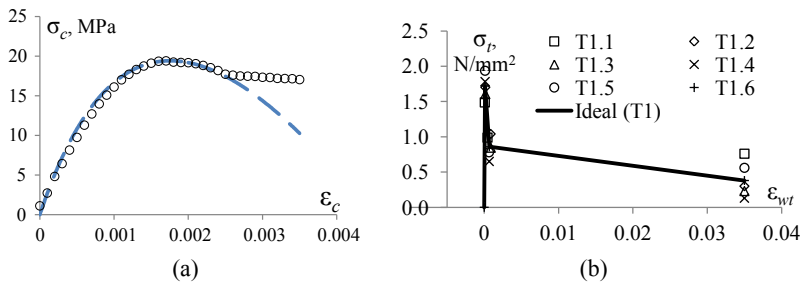


Fig. 10. Stress–strain diagrams for tested specimens under compression (a) and tension (b)

Maximum bending moment for all beam samples was in range from 0.45 to 0.6 kNm, and it was reached when the first macro-crack was developed.

Further moment–curvature ( $M-1/r$ ) response exhibits deflection softening behaviour. Due to the residual strength provided by fibre bridging, notable deformation at midspan can be reached in the cracking stage. To determine the curvature of the tested samples the approach of non-linear hinge was used [17].

Bending stiffness of SFRC beams depending on loading stage are analysed. In pre-crack stage derived from strains of compressed and tensioned sides of beams the stiffness is in the range of 150 – 250 kN/m<sup>2</sup>, which corresponds to the theoretical value of stiffness ( $EI$ ). If the stiffness is calculated from deflections of the specimens, the value is underestimated, 100 – 150 kN/m<sup>2</sup>. Moment–curvature and stiffness–moment relationships of the tested beams are given in Fig. 11a and b.

Relationship between compressive and tensile strains is analysed (Fig. 12). The compressive and tensile strains are equal in the linear elastic range, giving  $\epsilon_c/\epsilon_t^w = 1.0$ . However, after the ultimate tensile strain is reached, the strain ratio reduces hyperbolically and stabilises on level close to 0.1.

In **Chapter 6** on the basis of the experimentally determined properties of SFRC in uni-axial compression and tension a semi-analytical model for the estimation of moment–curvature behaviour and bending stiffness of SFRC members is developed. The reinforced elements as a two-layered system were treated, and in the cracked range the action of quasi-plastic tensile stresses by using the idealized stress–strain diagram was considered. Moment–curvature response is determined considering the equilibrium of normal stresses in the section, i.e. the equality of the areas under tensile and compressive stress–strain diagrams:

$$\int_{\epsilon_c}^{\epsilon_t^w} \sigma b d\epsilon = 0. \quad (6)$$

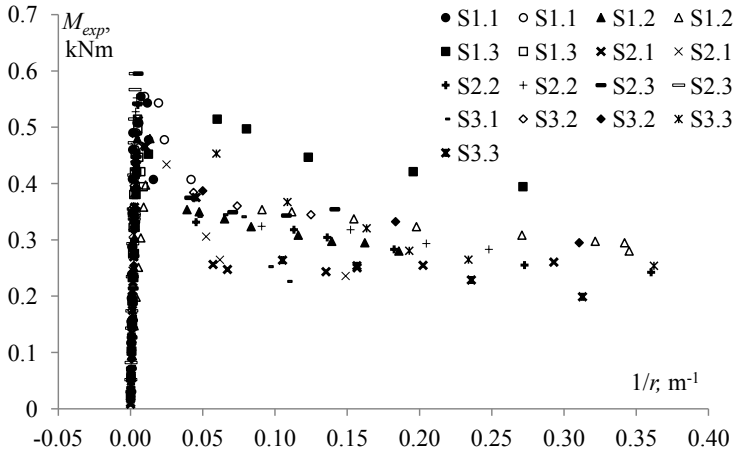
Basing on the expressions for the static moment of  $\sigma-\epsilon$  area, in the equilibrium state the following expression for bending moment can be written

$$M = \frac{bh^2}{(\epsilon_t^w - \epsilon_c)^2} [S_1(\epsilon_t^w) - S_2(\epsilon_c)], \quad (7)$$

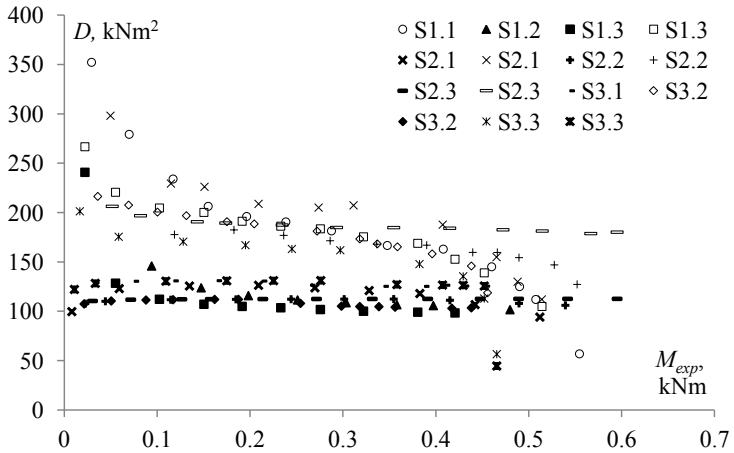
where

- $b$  width of beam;
- $h$  height of beam cross-section;
- $\epsilon_c$  compressive strain;
- $\epsilon_t^w$  tensile strain;
- $S_i$  the function of static moment of  $\sigma-\epsilon$  diagram area.

On the basis of the theoretical bending curve, the variation of stiffness  $D$  with the curvature can be determined. The stiffness values with the bending



(a)



(b)

Fig. 11. **Bending moment–curvature (a) and stiffness–moment (b)relationships**  
 filled markers – curvature is calculated from deflections;  
 empty markers – curvature is calculated from strains

moment can be defined by using the experimental value of strains of outermost fibres as shown in Eq. (8) or, similarly, on the basis of deflections.

$$D_{\varepsilon}(M) = \frac{M}{\varepsilon_t^w - \varepsilon_c} \quad (8)$$

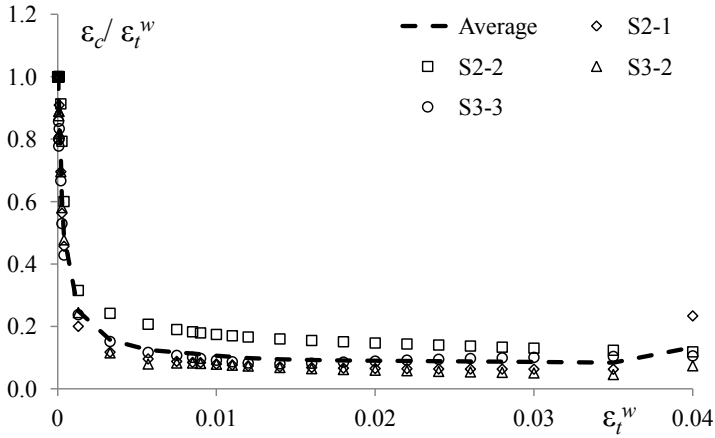
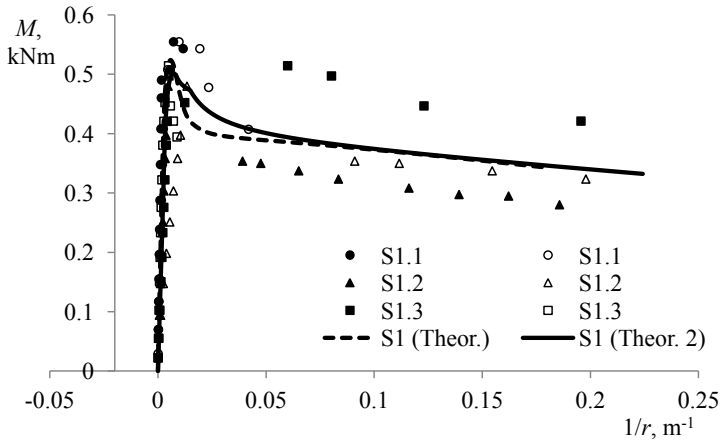


Fig. 12. Strain ratio over tensile strain

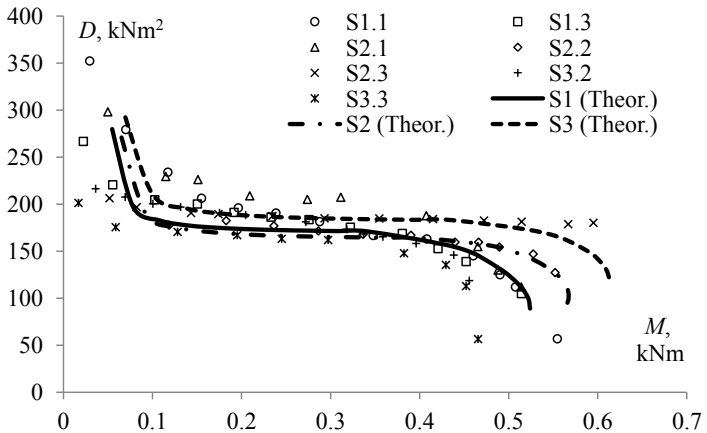
In Fig. 13 the obtained simulation results are compared with the experimental results of SFRC beams tested under four-point bending. The prognosticated cracking moment was in the range of experimental results in the case of samples of groups S1 and S2, while an overestimation of the cracking moment by 30% was observed for specimens of group S3. The predicted post-peak moment capacity corresponds to the experimental results for specimens of group S1 and S3. For specimens of group S2 the moment capacity is overestimated by 40%. The predicted bending stiffness in both pre-crack and cracking stage was in the range of the data derived from test results. However, the model does not give correct relationship between compressive and tensile strains.

An alternative method is proposed, which is based on  $\sigma$ - $\epsilon$  response in tension and additionally takes into account the experimentally determined relationship between compressive and tensile strains. The following are three key points of this method: 1) constitutive law for relative depth of neutral axis  $x/h$  derived from strain ratio obtained from experimental results; 2) simplified assumption for relative lever arm of the inner forces  $z/h$ ; 3) modified compression stress-strain diagram for SFRC.

The simulation of moment-curvature response by this method can be accepted as satisfactory. However, the bending stiffness in the pre-crack and early cracking stage is underestimated and the predicted shape of stiffness-curvature response differs from the one determined experimentally or by the model based on the equilibrium of the areas under tensile and compressive  $\sigma$ - $\epsilon$  diagrams.



(a)



(b)

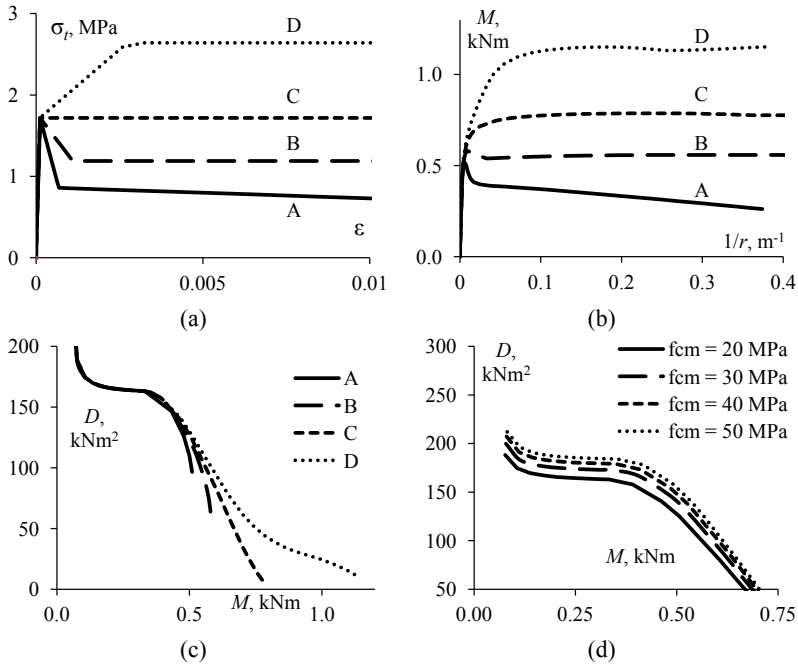
Fig. 13. Predicted and experimental moment–curvature (a) and stiffness–moment relationships (b)

The large scatter of fibre amount crossing the fracture plane, which is considered to be inherent to the material, as well as the difference of the quality of concrete between tensile test specimens and flexural element can lead to discrepancy between the predicted and actual moment–curvature behaviour of the particular structural element.

The results of parametric analysis represented in Fig. 14 shows that the



materials with higher residual tensile strength achieve higher peak moment capacity. Thus the fibre contribution to maximum moment capacity at relatively large curvatures of beams is obvious. However, the pre-cracking stiffness–moment response is equal for all beams, and no influence of post-cracking tensile properties can be observed. Fibre contribution to the bending stiffness can be detected only in the cracking stage affecting the descending branch of the  $D$ – $M$  diagrams after the cracking moment is reached.



**Fig. 14. Parametric study of the proposed model**

(a) tensile stress–strain response, (b) moment–curvature response, (c) and (d) stiffness–moment behaviour for SFRC with different tensile stress–strain response and different concrete compressive strength respectively

As depicted in Fig. 14d, compressive strength slightly influences the stiffness in both pre-crack and cracking stage. Increasing compressive strength from 20 to 50 MPa, leads to approximately 13 to 20 % increase in bending stiffness of the calculated beams.

## CONCLUSIONS AND RECOMMENDATIONS

### Conclusions

1. Specific structure of composite material consisting of brittle matrix and short elastic steel reinforcement with random orientation causes lack of methods to control deformations of flexural elements, especially in the stage of crack formation.

2. In the studies of bond between short steel fibres and concrete by using pull-out tests the magnitude of bridging stresses in cracked cross-section is assessed. At large orientation angle of fibres significant slip is needed before mechanical locking occurs and therefore the efficiency of fibre with inclination angle of 30 degrees and more is inessential at relatively small displacements. The effect of inclination angle is modelled with proposed method.

3. The influence of the fibre distribution and orientation on deformation and strength characteristics of SFRC elements is determined by fibre counting method on tested flexural samples sawn into prismatic specimens. It is confirmed that cracks tend to propagate in the regions with smaller number of fibres and large orientation angles of fibres with respect to the direction normal to the crack plane.

4. The methods of reliability and durability analysis of SFRC elements based on dispersion of composite material strength properties and geometrical characteristics of elements are developed. An analytical model for estimation of the moment capacity with decreasing of steel fibre diameter caused by corrosion is proposed. The model takes into account exponential law of corrosion process, linear rate of corrosion along the crack depth as well as the crack width.

5. On the basis of experimentally determined properties of SFRC in uniaxial compression and tension a semi-analytical method for the estimation of moment–curvature relationships of SFRC flexural elements is developed. In the cracked range the action of quasi-plastic tensile stresses was considered. Using specimens with fibre content of 1% by volume the validation of the proposed model was performed. The predicted moment–curvature relationships showed a good agreement with experimental data determined in four-point bending tests.

6. In the flexural tests a relationship between strains, measured on the extreme compressed and tensioned sides of the specimens, was observed. In the linear elastic range the strains were equal and the ratio of both strains was 1.0 but after initial cracking it reduces rapidly and reaches the level of 0.1.

The strain ratio is used in the proposed model to simplify it and to avoid the discrepancies between analytical and experimental results.

7. The proposed method allows evaluating the bending stiffness for a given cross-section in the cracked and uncracked stage. Stiffness–moment relationships are useful in deformability estimation of flexural SFRC elements with random orientation of short reinforcing fibres.

8. The properties and behaviour of SFRC under loading is well studied and the results are available, however, because of the lack of national building standards material cannot be used in load-bearing structures. As a part of this promotion work, on the basis of *fib* Model Code 2010 appendix to Latvian Standard LVS EN 1992-1-1 is prepared and submitted to the Latvian National Standardisation body Latvian Standard (LVS).

## Recommendations

1. Although there is a good agreement between experimental and calculated results obtained by the proposed model, further validations and research work is necessary. The experimentally observed relationship between compressive and tensile strains, which is used to for deformation prognosis, can vary for specimens with different fibre content. Therefore more experimental investigations to ascertain the relationship, especially for materials that exhibit tensile strain hardening behaviour, are necessary.

2. This research shows that the  $\sigma$ – $\varepsilon$  diagrams obtained from uni-axial tensile specimens can be used for predicting moment–curvature and stiffness–moment responses in beams, nevertheless the validity should be checked for other types of structure, for example, slabs. Most probably a conversion technique should be introduced. It can be found on literature that SFRC properties are influenced by geometrical parameters, like depth and breadth of the structure, significantly. This aspect, regarding the proposed model, should be studied as well.

3. The suggested appendix for Latvian Standard (LVS EN 1992-1-1) on fibre reinforced concrete still does not contain any procedure for deflection control of FRC structural elements. Comprehensive comparison of suggested and used models together with wide experimental research should be performed to develop reliable deflection evaluation methods and include in national annexes.

4. Regarding the durability assessment, the exponential law, which is based on theoretical and experimental investigation, for the description of ageing processes, deterioration of the structure and their elements is the first approximation. Obviously, the assessment has to be grounded on the wide bases of classified experimental results as well as inspection and testing of existing structures.

## LITERATŪRAS SARAKSTS / BIBLIOGRAPHY

1. Mobasher B. (2012) Fiber Reinforced Concrete in Support of Sustainable Infrastructure Systems. **In:** *BEFIB 2012 – 8th RILEM International Symposium on Fibre Reinforced Concrete*. Edited by Joaquim A.O. Barros et al. [CD-ROM]. September 19-21. Guimaraes, Portugal: RILEM Publications SARL.
2. Bond A., Harrison T., Brooker O., Moss R., Narayanan R., Webster R., Harris A. (2009) *How to Design Concrete Structures using Eurocode 2*. 2 ed. London: MPA Concrete Centre. 110 p.
3. Tejchman J., Kozicki J. (2010) *Experimental and Theoretical Investigations of Steel-Fibrous Concrete*. Heidelberg, Berlin: Springer. 289 p.
4. Mindess S. (2007) Thirty years of Fibre Reinforced Concrete research at the UWM British Columbia. **In:** *Proc. Int. Conf: Sustainable Construction Materials and Technologies*. Edited by R.N. Kraus, T.R. Naik, P. Claisse, Sadeghi-Pouya June. UW Milwaukee CBU, pp. 259–268.
5. di Prisco M., Plizzari G., Vandewalle L. (2009) Fibre Reinforced Concrete: New Design Perspectives. *Materials and Structures*, Vol. 42, pp. 1261–1281.  
Available: <http://dx.doi.org/10.1617/s11527-009-9529-4>
6. Soranakom C., Mobasher B., Destree X. (2008) Numerical Simulation of FRC Round Panel Tests and Full-Scale Elevated Slabs. **In:** *Deflection and Stiffness Issues in FRC and Thin Structural Elements*. Farmington Hills, MI, USA: ACI, pp. 31–40.
7. Bywalski C., Kaminski M. (2011) Estimation of the Bending Stiffness of Rectangular Reinforced Concrete Beams made of Steel Fibre Reinforced Concrete. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, Vol. 9, No. 3, pp. 553–571.
8. Tefpers R. (1973) *A Theory of Bond Applied to Overlapped Tensile Reinforcement Splices for Deformed Bars*. Goteborg: Chalmers University of Technology. 328 p.
9. Rabinovich F.N. (2004) *Kompoziti na osnove Dispresno Armirovannih Betonov (Composites based on Disperse Reinforced Concrete)*. Moscow: ACB. 560 p. In Russian.

10. Clyne B. (2000) *Mechanics of Composite Materials* [online] [Access date 16.01.2013].  
Available: <http://www.matter.org.uk/matscicdrom/manual/co.html>
11. Cabrera G.J. (1996) Deterioration of Concrete due to Reinforcement Steel Corrosion. *Cement and Concrete Composites*, Vol. 18, pp. 47–59.
12. Schiessl R., Reuter C. (1992) Bond Strength of Epoxy-coated Reinforcing Bars. **In:** *Proceedings of International Conference: Bond in Concrete - From Research to Practice*. October 15-17. Vol. 2, Rīga, Latvija: CEB Task Group VI/I, pp. 122–124.
13. Krenchel H. (1975) Fibre Spacing and Specific Fibre Surface. **In:** *Fibre Reinforced Cement and Concrete*. Edited by A. Neville. New-York: Construction Press, pp. 69–79.
14. Dupont D., Vandewalle L. (2005) Distribution of Steel Fibres in Rectangular Sections. *Cement and Concrete Composites*, Vol. 27, No. 3, pp. 391–398.
15. Schiessl P. (2005) New Approach to Service Life Design of Concrete Structure. *Asian Journal of Civil Engineering*, Vol. 6, No. 5, pp. 393–407.
16. Bolotin V.V. (1981) *Methods of Probability Theory and Reliability Theory in Structure Analysis*. Moscow: Stroiizdat. 352 p. In Russian.
17. RILEM TC 162-TDF (2002) Design of Steel Fibre Reinforced Concrete using the  $\sigma$ - $w$  Method: Principles and Applications. *Materials and Structures*, Vol. 35, No. 249, pp. 262–278.  
Available: <http://dx.doi.org/10.1007/BF02482132>